

9

(1) $(a+b)(a-b) = 33$ とする自然数 a, b を求める

★ポイント

かけ算 の情報を用いる。

① 今回は

$(a+b)$ と $(a-b)$ の部分

● × ▨ のイメージ

つまり 2つの数をかけて 33 になる

② かけて 33 になる 2つの数は

$$(ア) \quad 1 \times \quad = 33$$

$$(イ) \quad 3 \times \quad = 33$$

$$(ウ) \quad 11 \times \quad = 33$$

$$(エ) \quad 33 \times \quad = 33$$

③ $a+b$ と $a-b$ はどちらが大き?

a と b も自然数なので

大きい数は _____,

小さい数は _____ とする

↑ ①~③の=とを考へよう!

穴埋めです。

うめり下すね!

よして ①~③ を考えると

$$(a+b)(a-b) = 33 \text{ より}$$

(イ) と (ウ) の 2パターンだけを考えてよ!!

$$(i) \quad \begin{cases} a+b = _ \\ a-b = _ \end{cases}$$

$$(ii) \quad \begin{cases} a+b = _ \\ a-b = _ \end{cases}$$

(i), (ii) より

$$a = _, b = _$$

のとき

$$a = _, b = _$$

のとき

97

(2) $\begin{cases} ax - y = -2 \\ 9x - 2y = 14 \end{cases}$ の解 x, y がともに自然数であるときの自然数 a の値をすべて求めよ

★ポイント

文字の種類が少いときは、
 ⇒ 文字を減らし条件にあてはめる!

さあ、
 あてはめ方から考えよう

今回は連立方程式の2変数の解を消去する。

よって、
(ア) $9 - 2a = \dots$ のとき、

$(1 \times 2 - 2 \times 1)$
 $2ax - 2y = -4$ ← (yを消去)
 $\rightarrow 9x - 2y = 14$

(イ) $9 - 2a = \dots$ のとき

$(2a - 9)x = -18$
 $x = -\frac{18}{2a - 9}$

(ウ) $9 - 2a = \dots$ のとき

x は自然数だから

(エ) $9 - 2a = \dots$ のとき

$x = \frac{18}{-(2a - 9)}$

(オ) $9 - 2a = \dots$ のとき

$x = \frac{18}{9 - 2a}$

条件にあてはめ
 考えよう!

(カ) $9 - 2a = \dots$ のとき

ん!?! 18がわりきれぬ数
 自然数だから、18の約数
 18の約数は、1, 2, 3, 6, 9, 18
 18がわりきれぬ数は、2, 3, 6, 9, 18
 の数で9の約数は、1, 3, 9

よって (ア) ~ (カ) より
 $a = \dots, \dots$ とする。

10

★ポイント

解き辛いときは置きかえをする

基本的にはこの考え!

$$(1) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 6 \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = -2 \end{cases} \text{を解け!}$$

今回は x, y が分母にあるので解き辛い。
 $z = z$
 $X = \frac{1}{x}, Y = \frac{1}{y}$ と置きかえる。
 すると... ①
 $\begin{cases} X + Y = 6 \\ 3X - Y = -2 \end{cases}$ と変換する。
 ...②

$$\begin{array}{r} X + Y = 6 \\ +) 3X - Y = -2 \\ \hline + 4 = 4 \\ X = \end{array}$$

← 穴埋めをしてください!

①に $X = $ を代入すると
 $ + Y = 6$
 $Y = $

よって $X = \frac{1}{x} = $ より
 $x = $

$Y = \frac{1}{y} = $ より
 $y = $

よって $\begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$

$$(2) \begin{cases} 2a + \frac{1}{b} = 7 \\ 7a - \frac{1}{b} = 5 \end{cases}$$

今回は a が分母にあるので置きかえよう!

$$(3) \begin{cases} \left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right) + \left(\frac{x}{40} + \frac{y}{30}\right) = 4 \\ \left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right) - \left(\frac{x}{40} + \frac{y}{30}\right) = 2 \end{cases}$$

今回は $A = \frac{x}{2} + \frac{y}{3}$ と置きかえよう!
 $B = $

$$(4) \begin{cases} \frac{10}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 18 \\ \frac{5}{x+y} + \frac{3}{x-y} = 24 \end{cases}$$

今回は a と $a-y$ が分母にあるので置きかえよう!

この変形はよく使う!

$$(5) \begin{cases} \frac{x+y}{xy} = 5 \\ \frac{4}{x} - \frac{3}{y} = 6 \end{cases}$$

今回は... $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ と変形して考えよう!
 $\left(\begin{array}{l} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \\ = \frac{y}{xy} + \frac{x}{xy} \\ = \frac{x+y}{xy} \end{array} \right)$ a とおくと

x, y が分母にある場合の1つとして考えよう!

11

★ポイント

方程式は両辺に同じ数量をたすと、両辺は等しくなる。

⇒ **係数をそろえる** = とも/5にする

$$(1) \begin{cases} 5x + 9y = 2 & \text{...①} \\ 9x + 5y = 2 & \text{...②} \end{cases}$$

①、②のx, yの係数を逆対称にする。

① - ②

$$\begin{array}{r} 5x + 9y = 2 \\ -) 9x + 5y = 2 \\ \hline -4x + 4y = 0 \\ 4y = 4x \\ y = x \text{ ...③} \end{array}$$

よって

$$\begin{array}{r} \text{③を①に代入すると} \\ 5x + 9x = 2 \\ 14x = 2 \\ x = \frac{1}{7} \end{array}$$

$$\text{よって} \begin{cases} x = \frac{1}{7} \\ y = \frac{1}{7} \end{cases}$$

①か②の式を対して連立方程式を解く!

$$(2) \begin{cases} 51x + 49y = 1 \\ 49x + 51y = 2 \end{cases}$$

やはり、x, yの係数を逆対称にする。

①と②を同様にそろえる!

$$(3) \begin{cases} 19x + 44y = k & \text{...①} \\ 42x + 67y = k + 23 & \text{...②} \end{cases}$$

ん!? k + 「23」!?
23という数字を対してそろえる?

(4) k = 114のとき、
①と②を計算すると、
「—」がいくつあるの? ...

解めよう!

1113

(1) $k > 114$ のとき, x, y ともに整数となる 最小の整数 k の値.

(ア) ㊦

$$\begin{aligned} \textcircled{1} - \textcircled{2} \quad & 19x + 44y = k \\ & \rightarrow 42x + 67y = k + 23 \\ & \underline{-23x - 23y = -23} \\ & \text{両辺} \div (-23) \text{ を} \times 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + y &= 1 \\ \underline{y} &= 1 - x \quad \text{㊦} \end{aligned}$$

㊦

㊦を㊦に代入すると.

$$\begin{aligned} 19x + 44(1-x) &= k \\ 19x + 44 - 44x &= k \\ \underline{44 - 25x} &= k \quad \text{㊦} \end{aligned}$$

$k > 114$ と ㊦

$$44 - 25x > 114$$

左辺 = 減らす

| | |
|------------|-------------------------|
| $x=0$ のとき | (左辺) = $44 - 0 = 44$ |
| $x=-1$ のとき | (左辺) = $44 + 25 = 69$ |
| $x=-2$ のとき | (左辺) = $44 + 50 = 94$ |
| $x=-3$ のとき | (左辺) = $44 + 75 = 119$ |
| $x=-4$ のとき | (左辺) = $44 + 100 = 144$ |

式の意味を対して確認
 $k > 114$ は
 k が 114 より大きいこと.
 k は $(44 - 25x)$ と等しいので
 $44 - 25x$ が 114 より
 大きい.

㊦ $x=-3$ のとき (左辺) の k が 114 より大きくなる

㊦ 最小の整数は 119 #

文字の種類が x, y だけ
 文字を減らす!!
 ㊦(2) ㊦

114 より大きい
 ことを示している