解説

練習１４　　２次方程式の２つの解を α，β とする。

(1)　$\alpha+\beta=-\dfrac{4}{3}$，　$\alpha\beta=\dfrac{2}{3}$

(2)　$\alpha+\beta=-\dfrac{-6}{1}=6$，　$\alpha\beta=\dfrac{-4}{1}=-4$

解説

練習１５　解と係数の関係から　　$\alpha+\beta=-3$，$\alpha\beta=-1$

(1)　$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-3)^2-2(-1)=11$

(2)　$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)=(-3)^3-3(-1)\cdot(-3)=-36$

(3)　$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=(-3)^2-4(-1)=13$

解説

(1)　練習１５　　２つの解は α，4α と表すことができる。

解と係数の関係から　　$\alpha+4\alpha=-5$，$\alpha\cdot 4\alpha=m$

すなわち　　$5\alpha=-5$，$4\alpha^2=m$

よって，１つの解 α は　　$\alpha=-1$

このとき　　$m=4\alpha^2=4(-1)^2=4$

また，他の解 4α は　　$4\alpha=4(-1)=-4$

したがって　　$m=4$，２つの解は -1，-4

(2)　２つの解は α，$\dfrac{3}{2}\alpha$ と表すことができる。

解と係数の関係から　　$\alpha+\dfrac{3}{2}\alpha=-5$，$\alpha\cdot\dfrac{3}{2}\alpha=m$

すなわち　　$\dfrac{5}{2}\alpha=-5$，$\dfrac{3}{2}\alpha^2=m$

よって，１つの解 α は　　$\alpha=-2$

このとき　　$m=\dfrac{3}{2}\alpha^2=\dfrac{3}{2}(-2)^2=6$

また，他の解 $\dfrac{3}{2}\alpha$ は　　$\dfrac{3}{2}\alpha=\dfrac{3}{2}(-2)=-3$

したがって　　$m=6$，２つの解は -3，-2

解説

練習１７　(1)　2 次方程式 $x^2-3x-2=0$ の解は

$$x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$$

よって　$$x^2-3x-2=\left(x-\frac{3+\sqrt{17}}{2}\right)\left(x-\frac{3-\sqrt{17}}{2}\right)$$

(2)　2 次方程式 $2x^2-2x-3=0$ の解は

$$x=\frac{1\pm\sqrt{7}}{2}$$

よって　$$2x^2-2x-3=2\left(x-\frac{1+\sqrt{7}}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{7}}{2}\right)$$

(3)　2 次方程式 $x^2+4x+6=0$ の解は

$$x=-2\pm\sqrt{2}\,i$$

よって　$$\begin{aligned}x^2+4x+6&=\{x-(-2+\sqrt{2}\,i)\}\{x-(-2-\sqrt{2}\,i)\}\\&=(x+2-\sqrt{2}\,i)(x+2+\sqrt{2}\,i)\end{aligned}$$

解説

練習１８　(1)　解の和は　$2+(-1)=1$

解の積は　$2\times(-1)=-2$

よって，この 2 数を解とする 2 次方程式の 1 つは

$$x^2-x-2=0$$

(2)　解の和は　$(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4$

解の積は　$(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=2^2-(\sqrt{3})^2=1$

よって，この 2 数を解とする 2 次方程式の 1 つは

$$x^2-4x+1=0$$

(3)　解の和は　$(1+2i)+(1-2i)=2$

解の積は　$(1+2i)(1-2i)=1^2+2^2=5$

よって，この 2 数を解とする 2 次方程式の 1 つは

$$x^2-2x+5=0$$