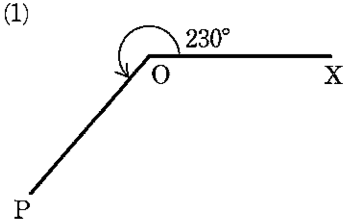
6C5年数学Ⅱ【三角関数】5月22日課題

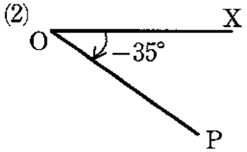
1 次の角の動径を図示せよ。

(1) 230°　(2) −35°　(3) 580°　(4) −415°

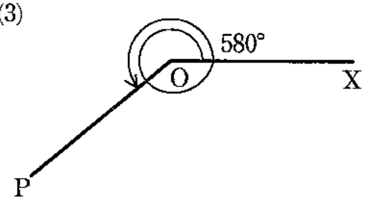
(1)



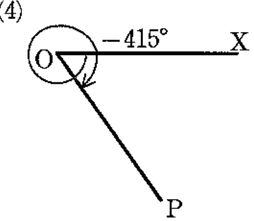
(2)



(3)



(4)



2 次の角について，度数は弧度に，弧度は度数に直せ。

(1) 120°　(2) 540°　(3) −150°　(4) −450°

(5) $\frac{5}{3}\pi$　(6) $\frac{17}{6}\pi$　(7) $-\frac{3}{4}\pi$　(8) $-\frac{25}{12}\pi$

(1) $120\times\frac{\pi}{180}=\frac{2}{3}\pi$ (ラジアン)

(2) $540\times\frac{\pi}{180}=3\pi$ (ラジアン)

(3) $-150\times\frac{\pi}{180}=-\frac{5}{6}\pi$ (ラジアン)

(4) $-450\times\frac{\pi}{180}=-\frac{5}{2}\pi$ (ラジアン)

(5) $\frac{5}{3}\pi\times\left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}=300^{\circ}$

(6) $\frac{17}{6}\pi\times\left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}=510^{\circ}$

(7) $-\frac{3}{4}\pi\times\left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}=-135^{\circ}$

(8) $-\frac{25}{12}\pi\times\left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}=-375^{\circ}$

3 次のような扇形の弧の長さ l と面積 S を求めよ。

(1) 半径 6，中心角 $\frac{\pi}{4}$　(2) 半径 5，中心角 $\frac{2}{3}\pi$

(1) $l=6\times\frac{\pi}{4}=\frac{3}{2}\pi$，$S=\frac{1}{2}\times6^2\times\frac{\pi}{4}=\frac{9}{2}\pi$

別解　$S=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\pi\times6=\frac{9}{2}\pi$

(2) $l=5\times\frac{2}{3}\pi=\frac{10}{3}\pi$，$S=\frac{1}{2}\times5^2\times\frac{2}{3}\pi=\frac{25}{3}\pi$

別解　$S=\frac{1}{2}\times\frac{10}{3}\pi\times5=\frac{25}{3}\pi$

4 半径 2，弧の長さ 3 の扇形の中心角と面積を求めよ。

中心角を θ (ラジアン) とすると　$3=2\theta$　よって　$\theta=\frac{3}{2}$ (ラジアン)

面積は　$\frac{1}{2}\times2^2\times\frac{3}{2}=3$

別解　面積は　$\frac{1}{2}\times3\times2=3$

5 次の θ について，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を，それぞれ求めよ。

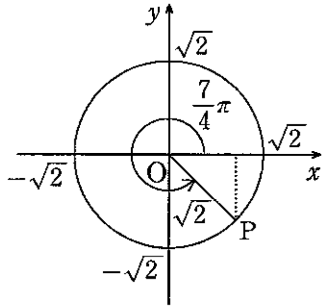
(1) $\theta=\frac{7}{4}\pi$　(2) $\theta=-\frac{5}{6}\pi$　(3) $\theta=\frac{3}{2}\pi$

(1) 右の図で，点 P の座標は $(1,\ -1)$ である。

よって　$\sin\frac{7}{4}\pi=\frac{-1}{\sqrt{2}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos\frac{7}{4}\pi=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\tan\frac{7}{4}\pi=\frac{-1}{1}=-1$

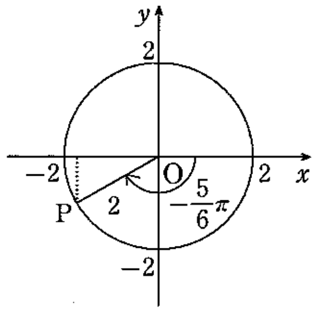


(2) 右の図で，点 P の座標は $(-\sqrt{3},\ -1)$ である。

よって　$\sin\left(-\frac{5}{6}\pi\right)=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$

$\cos\left(-\frac{5}{6}\pi\right)=\frac{-\sqrt{3}}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan\left(-\frac{5}{6}\pi\right)=\frac{-1}{-\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

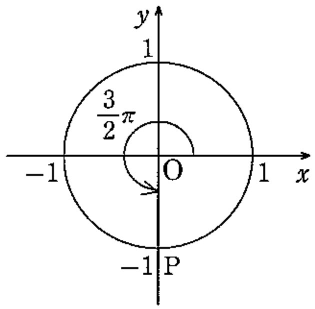


(3) 右の図で，点 P の座標は $(0,\ -1)$ である。

よって　$\sin\frac{3}{2}\pi=\frac{-1}{1}=-1$

$\cos\frac{3}{2}\pi=\frac{0}{1}=0$

$\tan\frac{3}{2}\pi$ は定義されない。

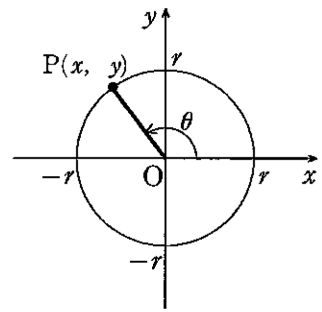


6 次の条件を満たすような θ の動径は，第何象限にあるか。

(1) $\sin\theta>0$ かつ $\cos\theta<0$　(2) $\sin\theta<0$ かつ $\tan\theta>0$

θ の動径と円 $x^2+y^2=r^2$ $(r>0)$ の交点を $P(x,\ y)$ とすると

$$\sin\theta=\frac{y}{r},\ \cos\theta=\frac{x}{r},\ \tan\theta=\frac{y}{x}$$



(1) $\sin\theta>0$ かつ $\cos\theta<0$ から

$\frac{y}{r}>0$ かつ $\frac{x}{r}<0$

よって　$x<0$ かつ $y>0$

したがって，P は第 2 象限にあるから，θ の動径は第 2 象限にある。

(2) $\sin\theta<0$ かつ $\tan\theta>0$ から　$\frac{y}{r}<0$ かつ $\frac{y}{x}>0$

よって　$x<0$ かつ $y<0$

したがって，P は第 3 象限にあるから，θ の動径は第 3 象限にある。

6C5年数学Ⅱ【三角関数】5月22日課題

$\boxed{7}$ (1) θ の動径が第2象限にあり，$\sin\theta=\frac{3}{4}$ のとき，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を，それぞれ求めよ。

(2) θ の動径が第3象限にあり，$\cos\theta=-\frac{4}{5}$ のとき，$\sin\theta$，$\tan\theta$ の値を，それぞれ求めよ。

(3) θ の動径が第4象限にあり，$\tan\theta=-3$ のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$ の値を，それぞれ求めよ。

(1) $\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{7}{16}$

θ の動径が第2象限にあるとき，$\cos\theta<0$ であるから

$$\cos\theta=-\sqrt{\frac{7}{16}}=-\frac{\sqrt{7}}{4}$$

また　$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{3}{4}\div\left(-\frac{\sqrt{7}}{4}\right)=\frac{3}{4}\times\left(-\frac{4}{\sqrt{7}}\right)=-\frac{3}{\sqrt{7}}$

(2) $\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(-\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$

θ の動径が第3象限にあるとき，$\sin\theta<0$ であるから

$$\sin\theta=-\sqrt{\frac{9}{25}}=-\frac{3}{5}$$

また　$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\left(-\frac{3}{5}\right)\div\left(-\frac{4}{5}\right)=\left(-\frac{3}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{4}\right)=\frac{3}{4}$

(3) $\cos^2\theta=\frac{1}{1+\tan^2\theta}=\frac{1}{1+(-3)^2}=\frac{1}{10}$

θ の動径が第4象限にあるとき，$\cos\theta>0$ であるから

$$\cos\theta=\sqrt{\frac{1}{10}}=\frac{1}{\sqrt{10}}$$

また　$\sin\theta=\tan\theta\times\cos\theta=(-3)\times\frac{1}{\sqrt{10}}=-\frac{3}{\sqrt{10}}$

$\boxed{8}$ $\sin\theta+\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1) $\sin\theta\cos\theta$　　(2) $\sin^3\theta+\cos^3\theta$　　(3) $\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}$

(1) $\sin\theta+\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$ の両辺を2乗すると

$$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{3}{4}$$

よって　$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{3}{4}$　　したがって　$\sin\theta\cos\theta=-\frac{1}{8}$

(2) $\sin^3\theta+\cos^3\theta=(\sin\theta+\cos\theta)(\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)$

$$=(\sin\theta+\cos\theta)(1-\sin\theta\cos\theta)$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\left\{1-\left(-\frac{1}{8}\right)\right\}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{9}{8}=\frac{9\sqrt{3}}{16}$$

(3) $\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

$$=1\div\left(-\frac{1}{8}\right)=1\times(-8)=-8$$