

練習14  $a$  は実数,  $n$  は自然数とする。次の  に, 「必要」, 「十分」のうち, 適する言葉を入れよ。

(1)  $a > 0$  は,  $a \geq 0$  であるための  条件である。

(2)  $n$  が 3 の倍数であることは  $n = 9$  であるための  条件である。

**解答** (1) 十分 (2) 必要

**解説**

(1) 「 $a > 0 \implies a \geq 0$ 」は真, 「 $a \geq 0 \implies a > 0$ 」は偽  
よって 十分

(2) 「 $n$ は3の倍数 $\implies n = 9$ 」は偽, 「 $n = 9 \implies n$ は3の倍数」は真  
よって 必要

練習15  $a, b, c$  は実数とする。次の条件の中で,  $a = b$  と同値な条件をすべて選べ。

①  $a + c = b + c$

②  $a^2 = b^2$

③  $(a - b)^2 = 0$

**解答** ①, ③

**解説**

① 「 $a = b \iff a + c = b + c$ 」が成り立つ。

② 「 $a^2 = b^2 \implies a = b$ 」は偽

③ 「 $(a - b)^2 = 0 \iff a - b = 0$ 」が成り立つ。

よって,  $a = b$  と同値なのは ①, ③

練習16  $a, b$  は実数,  $m, n$  は自然数とする。次の  に, 「必要条件であるが十分条件ではない」, 「十分条件であるが必要条件ではない」, 「必要十分条件である」のうち、適する言葉を入れよ。

- (1) 四角形  $ABCD$  が長方形であることは, 四角形  $ABCD$  の対角線の長さが等しいための  。
- (2)  $a \geq b$  は,  $|a-b| = a-b$  であるための  。
- (3) 積  $mn$  が偶数であることは,  $m$  が偶数であるための  。

- 解答** (1) 十分条件であるが必要条件ではない      (2) 必要十分条件である  
 (3) 必要条件であるが十分条件ではない

**解説**

(1) 「四角形  $ABCD$  が長方形である」

$\implies$  「四角形  $ABCD$  の対角線の長さが等しい」 は真。

「四角形  $ABCD$  の対角線の長さが等しい」

$\implies$  「四角形  $ABCD$  が長方形である」 は偽。

よって, 四角形  $ABCD$  が長方形であることは, 四角形  $ABCD$  の対角線の長さが等しいための十分条件であるが必要条件ではない。

(2) 「 $a \geq b \implies |a-b| = a-b$ 」 は真。

「 $|a-b| = a-b \implies a \geq b$ 」 は真。

よって,  $a \geq b$  は,  $|a-b| = a-b$  であるための必要十分条件である。

(3) 「積  $mn$  が偶数である  $\implies m$  が偶数である」は偽。

「 $m$  が偶数である  $\implies$  積  $mn$  が偶数である」は真。

よって, 積  $mn$  が偶数であることは,  $m$  が偶数であるための必要条件であるが十分条件でない。

