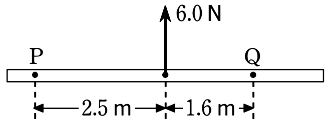
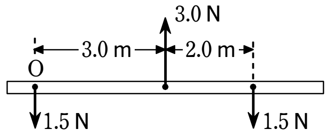
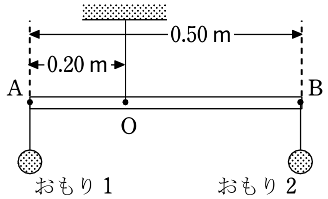
1　図のように，軽い棒に大きさ 6.0 N の力がはたらいている。このとき，点 P，点 Q のまわりの力のモーメント M_P，M_Q〔N･m〕をそれぞれ求めよ。反時計回りを正とする。



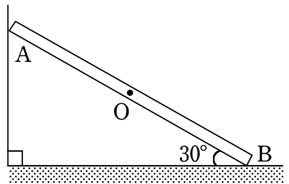
2　図のように，軽い棒に 3 つの力がはたらいている。このとき，点 O のまわりの力のモーメントの和は何 N･m か。反時計回りを正とする。



3　長さ $l=0.50$ m の軽い一様な棒がある。棒の両端 A，B にそれぞれおもり 1，2 をつるし，A から $l_1=0.20$ m の点 O に糸をかけ，天井から棒をつるしたところ，棒は水平に静止した。おもり 1 の質量を $m_1=0.60$ kg とするとき，おもり 2 の質量 m_2〔kg〕と，点 O にかけた糸が引く力の大きさ T〔N〕を求めよ。重力加速度の大きさを $g=9.8$ m/s^2 とする。



4　図のように，重さ 8.0 N の一様な棒 AB をあらい床と 30° の角をなすように立てかけたい。壁はなめらかである。棒にはたらく重力は，すべて棒の中点 O に加わるとしてよい。$\sqrt{3}=1.7$ とする。

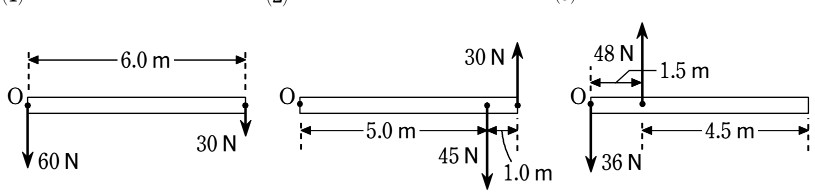


(1)　床が棒の下端 B を垂直に押す力の大きさ N_B〔N〕を求めよ。

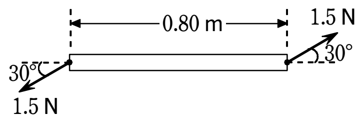
(2)　壁が棒の上端 A を垂直に押す力の大きさ N_A〔N〕と，棒の下端 B が床から受ける摩擦力の大きさ f_B〔N〕をそれぞれ求めよ。

5　(1)～(3) のように，剛体に 2 つの平行な力がはたらいている。それぞれ，合力の向き，大きさ，および点 O から作用線までの距離を求めよ。

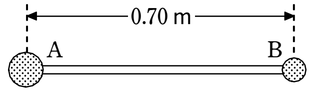
(1)　(2)　(3)



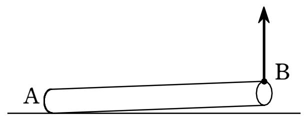
6　図のように，長さ 0.80 m の棒の両端に，平行で逆向きに同じ大きさの 2 力を加える。各力の大きさを 1.5 N，力と棒のなす角を 30° とするとき，偶力のモーメントは何 N･m か。反時計回りを正とする。



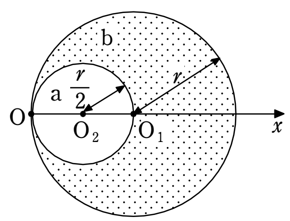
7　図のように，長さ 0.70 m の軽い棒の両端に，質量 1.5 kg の小球 A と，質量 1.0 kg の小球 B を固定した。このとき，小球 A から重心までの距離は何 m か。ただし，小球の大きさは無視する。



8　図の AB は，太さが無視できる長さ 3.0 m のまっすぐな棒であるが，重心は中点にはない。A 端を地面につけたまま，B 端に鉛直上向きの力を加えて少し持ち上げるには 24 N より大きな力が必要だった。また，B 端を地面につけたまま，A 端を少し持ち上げるには 12 N より大きな力が必要だった。A 端から棒の重心までの距離と，棒の重さを求めよ。



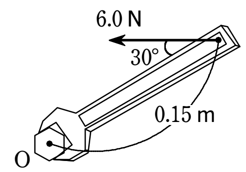
9　質量 m，半径 r (中心 O_1) の一様な厚さの円板から，図のように半径 $\dfrac{r}{2}$ (中心 O_2) の円板 a をくり抜き，残りの部分を b とする。図の点 O を原点とし，O_1，O_2 を通る x 軸をとる。



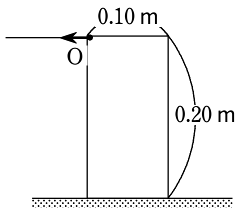
(1)　a，b の質量はいくらか。

(2)　a をもとの位置に置いたとき，a と b からなる全体の重心が，もとの円板の重心 O_1 に一致する。このことを利用して，b の重心の x 座標を求めよ。

10　スパナに対し，図のような向きに大きさ 6.0 N の力を加える。加えた力について，点 O のまわりの力のモーメントは何 N･m か。反時計回りを正とする。



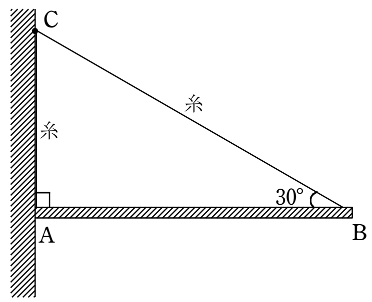
11　あらい水平面上にある重さ 20 N の一様な直方体の物体を，図の点 O につけたひもで水平方向に引く。



(1)　引く力を大きくしていくと，引く力の大きさが F_0〔N〕をこえた直後に，物体は水平面上をすべることなく傾き始めた。F_0 を求めよ。

(2)　(1) で，物体が水平面上をすべり始める前に傾き始めるためには，物体と水平面との間の静止摩擦係数がある値 μ_0 以上である必要がある。μ_0 を求めよ。

12　重さ 6.0 N の一様な棒 AB がある。棒の両端にそれぞれ軽い糸を結び，糸の他端を鉛直な壁の 1 点 C にそれぞれ結びつけて棒が水平になるようにつるす。このとき，A，C を結ぶ糸は鉛直で，B，C を結ぶ糸は水平方向と 30° の角をなしてつりあっている。棒と壁の間の摩擦は無視できる。

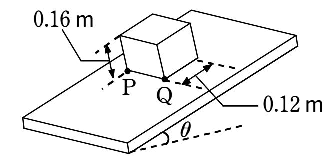


(1)　B，C を結ぶ糸が棒を引く力の大きさ T_B〔N〕を求めよ。

(2)　A，C を結ぶ糸が棒を引く力の大きさ T_A〔N〕を求めよ。

(3)　A において，壁から棒にはたらく力の大きさ N_A〔N〕を求めよ。

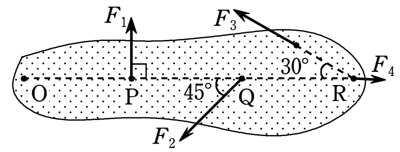
13　高さ 0.16 m で密度が一様な直方体を，長さ 0.12 m の底辺が斜面にそう向きに平行になるようにして，あらい斜面上に置く。



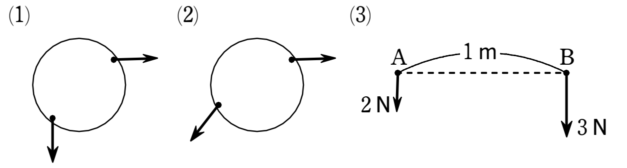
(1)　斜面の傾きの角 θ を徐々に大きくしていくと，重力の作用線が図の PQ をこえたときに直方体は転倒を始める。このときの角を θ_0 とするとき，$\sin\theta_0$ を求めよ。

(2)　直方体と斜面との間の静止摩擦係数を μ とすると，μ がある値 μ_0 より小さいときは，直方体は (1) の状態になる前に斜面をすべり始める。μ_0 を求めよ。

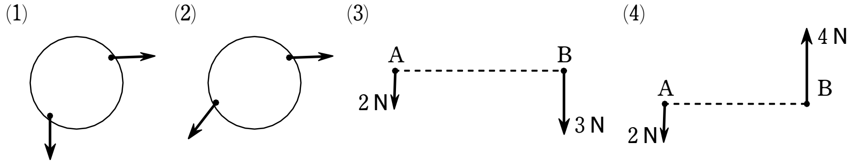
14　図に示すように，大きさが $F_1=30$ N，$F_2=60$ N，$F_3=40$ N，$F_4=20$ N の力が物体にはたらいている。点 P，Q，R は点 O からそれぞれ 0.20 m，0.40 m，0.60 m の位置にある。各力の点 O のまわりの力のモーメント M_1，M_2，M_3，M_4〔N･m〕を求めよ。反時計回りを正とする。



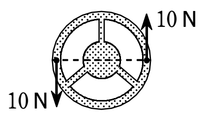
15　次の(1)，(2)について，合力 $\vec{F}$ を作図せよ。また，(3)について，合力 $\vec{F}$ の大きさ F〔N〕，および，AB を通る直線上での合力の作用点を C として，AC 間の距離 x〔m〕を求めよ。



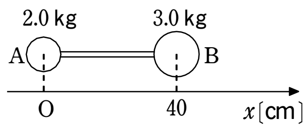
16　次の(1)，(2)について，合力 $\vec{F}$ を作図せよ。また，(3)，(4)について，合力 $\vec{F}$ の大きさ F〔N〕，および，AB を通る直線上での合力の作用点を C として，AC：CB の比を求めよ。



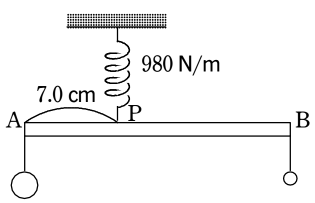
17　半径 20 cm のハンドルの左右に図のように 10 N の力を加えたときの偶力のモーメント M〔N･m〕を求めよ。反時計回りを正とする。



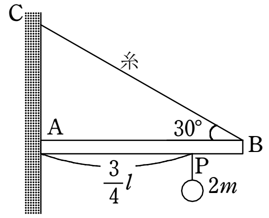
18　質量 2.0 kg と 3.0 kg の球 A，B を軽い棒で結んだら，それぞれの中心間の距離が 40 cm であった。図のように x 軸をとるとき，全体の重心 G の座標 x_G〔cm〕を求めよ。



19　長さ 20 cm で質量 1.0 kg の一様な棒 AB の両端におもりをつるし，A から 7.0 cm の点 P にばね定数が 980 N/m のばねの一端をつけた。ばねの他端を天井に固定して静かに離すと，ばねは 10 cm 伸びて，棒は水平につりあった。A，B につるしたおもりの質量 m_A，m_B〔kg〕を求めよ。重力加速度の大きさを $g=9.8\ \mathrm{m/s^2}$ とする。



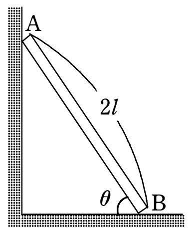
20　質量 m，長さ l の棒の一端 A を鉛直なあらい壁にあて，他端 B と壁面 C を糸で結ぶ。この棒に質量 $2m$ のおもりを A から $\frac{3}{4}l$ の点 P に下げたら，棒は水平で糸は棒と 30° の角をなしてつりあった。このとき糸の張力 T，A 端にはたらく摩擦力 F，垂直抗力 N の大きさを，重力加速度の大きさを g として求めよ。



21　質量 m，長さ $2l$ の一様な棒 AB を，水平であらい床と鉛直でなめらかな壁の間に，水平から θ の角をなすように立てかけた。重力加速度の大きさを g とする。

(1)　棒が静止しているとき，壁から受ける垂直抗力 N_A，床から受ける垂直抗力 N_B，摩擦力 F の大きさを求めよ。

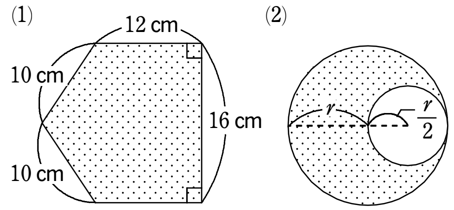
(2)　棒が倒れないためには，$\tan\theta$ がいくら以上であればよいか。ただし，棒と床の間の静止摩擦係数を μ とする。



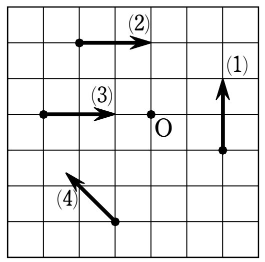
22　次の各物体の重心の位置を求めよ。

(1)　図のような，厚さの一様な五角形の板。

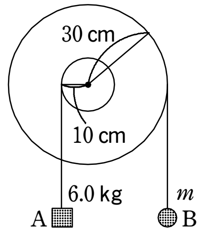
(2)　図のような，厚さの一様な半径 r の円板から半径 $\frac{r}{2}$ の内接円を切り取った板。



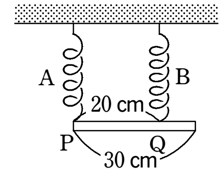
23　右図の各力の点 O のまわりの力のモーメントを求めよ。ただし，力の大きさは 5.0 N，縦横の 1 目盛りは 0.10 m，反時計回りを正とする。



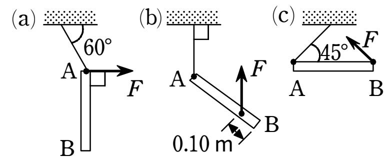
24　共通の軸をもち，半径が 10 cm と 30 cm の 2 つの円板を固定した装置がある。軸を水平に支え，図のように 2 つのおもりを下げたとき，円板はどちらにも回転しなかった。おもり B の質量 m〔kg〕を求めよ。



25　自然の長さの等しい 2 つのばね A，B を天井からつるし，他端に長さ 30 cm，重さ 16 N の一様な棒を図のように点 P，Q でつるしたら，ばねはともに 10 cm 伸びて，棒は水平につりあった。ばね A，B のばね定数 k_A，k_B は何 N/m か。



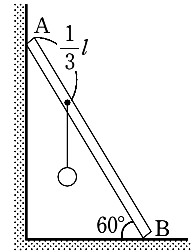
26　長さ 0.60 m，重さ 60 N の一様な棒 AB を，A 端につけた糸でつるし，力 F を加えて図(a)～(c)のように支えた（(a)　力 F は水平　(b)　力 F は鉛直上向き　(c)　棒 AB は水平）。それぞれの場合の糸の張力 T〔N〕と F〔N〕の大きさを求めよ。



27　長さ l〔m〕の軽い棒 AB を，水平であらい床と鉛直でなめらかな壁の間に，水平から 60° の角度をなすように立てかける。棒の A 端から $\frac{1}{3}l$ 離れた点に重さ W〔N〕のおもりをつるしたところ，棒は静止した。

(1)　棒にはたらく鉛直方向および水平方向の力のつりあいの式と，点 B のまわりの力のモーメントのつりあいの式を立てよ。棒が壁から受ける垂直抗力の大きさを N_A〔N〕，床から受ける垂直抗力の大きさを N_B〔N〕，摩擦力の大きさを F〔N〕とする。

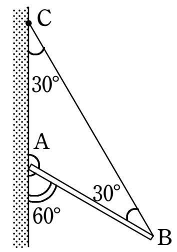
(2)　N_A，N_B，F をそれぞれ求めよ。



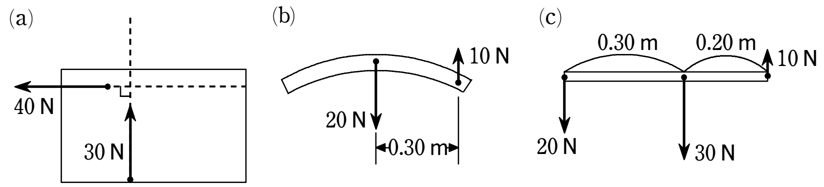
28　長さ l，重さ W の一様な棒 AB があり，A 端はちょうつがいで壁につけられ，他端 B は，A の真上の壁上の点 C に結ばれた糸により，図に示す状態で支えられている。ただし，棒は壁に垂直な鉛直面内にある。

(1)　糸の張力の大きさ T を求めよ。

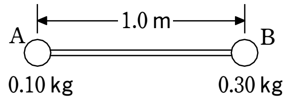
(2)　棒の A 端がちょうつがいから受けている抗力 $\vec{R}$ の水平成分，鉛直成分をそれぞれ R_x，R_y とする。R_x，R_y の大きさと向きをそれぞれ求めよ。



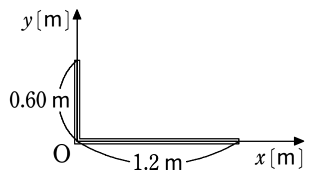
29　次の各図で示された力の合力 $\vec{F}$〔N〕を図示し，その大きさ F〔N〕を求めよ。



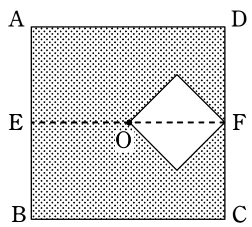
30　図のように長さ 1.0 m の軽い剛体棒の両端に質量 0.10 kg の球 A と 0.30 kg の球 B をつけたとき，この 2 つの球全体の重心は球 A から何 m 離れた点か。



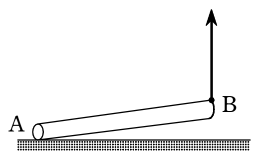
31　長さ 1.8 m の一様な針金を，図のように一端から 0.60 m の所で直角に曲げ，L 字形にする。このときの針金の重心の位置の座標 (x_G，y_G) を求めよ。



32　図のように，1 辺 0.84 m の正方形 ABCD の一様な板から，OF＝0.42 m が対角線となる正方形を切り抜いた。点 E，F はそれぞれ辺 AB，CD の中点である。この板の重心 G の位置を求めよ。



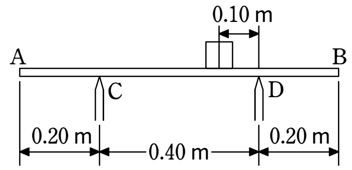
33　太さが一様でない，長さ 2.0 m の棒 AB がある。A 端を地面につけたまま，B 端に鉛直上向きの力を加えて少し持ち上げるには 15 N の力が必要であり，逆に，B 端を地面につけたまま A 端を同様に持ち上げるには 10 N の力が必要であった。棒の重さ W〔N〕と，A から重心までの距離 x〔m〕を求めよ。



34　図のように，重さ 12 N の一様な板が支柱 C，D によって水平に支えられ，その上に重さ 24 N のおもりが置かれている。

(1)　板が受けているすべての力を図示せよ。また，板が支柱 C，D から受ける力はそれぞれ何 N か。

(2)　おもりを右へ移動させるとき，どこまで行くと板がひっくり返るか。



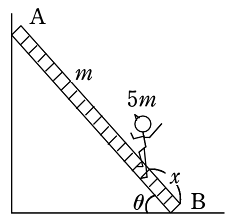
ヒント　(2)　支柱 C から受ける力が 0 になると，板はひっくり返る。

35　質量 m，長さ l のはしご AB を鉛直でなめらかな壁面とあらい水平な床の間に水平から θ の角度でたてかける。このはしごを質量 $5m$ の人が登っていく。

$\tan\theta = \dfrac{4}{3}$，床とはしごの間の静止摩擦係数を0.5，重力加速度の大きさを g とする。

(1)　人が B 端から距離 x だけ登ったとき，B 端が受ける摩擦力 F の大きさを求めよ。

(2)　人がどこまで登るとはしごはすべりだすか。



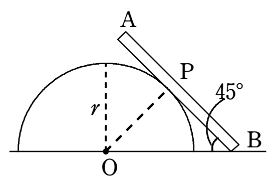
ヒント　B のまわりの力のモーメントを考える。最大摩擦力になるとすべりだす。

36　あらい水平面上に半径 r のなめらかな半球面が固定されている。この半球面に長さ $L(>r)$，質量 m の一様な棒 AB を立てかけ，棒と水平面が 45° の角度をなすように静止させた。棒と水平面の間の静止摩擦係数を μ，重力加速度の大きさを g とする。

(1)　棒が半球面から受ける抗力 R の大きさを求めよ。

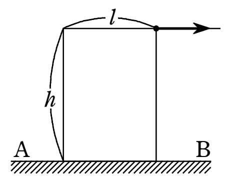
(2)　棒が水平面から受ける垂直抗力 N の大きさを求めよ。

(3)　棒の長さ L がある値 L_0 より大きいと，棒はすべり始める。L_0 を求めよ。



ヒント　棒が半球面から受ける力は，棒に対して垂直である。

37　質量 m で縦，横の長さが h，l の直方体の一様な箱をあらい床の上に置く。水平な床 AB 上で箱の上端に糸をつけて水平に引いたら，箱は横転することなく，床上をすべり始めた。このようになるための床と箱の間の静止摩擦係数 μ の条件を求めよ。



ヒント　転倒する直前には床と箱の接点は 1 点で，このときの摩擦力の大きさが最大摩擦力より大きければ，転倒する前に箱はすべりだす。

1 解答 M_P：15 N•m，M_Q：−9.6 N•m

2 解答 1.5 N•m

3 解答 0.40 kg，9.8 N

4 解答 (1) 8.0 N　(2) N_A：6.8 N，f_B：6.8 N

5 解答 (1) 向き：下向き，大きさ：90 N，距離：2.0 m
(2) 向き：下向き，大きさ：15 N，距離：3.0 m
(3) 向き：上向き，大きさ：12 N，距離：6.0 m

6 解答 0.60 N•m

7 解答 0.28 m

8 解答 2.0 m，36 N

9 解答 (1) a：$\dfrac{m}{4}$，b：$\dfrac{3m}{4}$　(2) $\dfrac{7r}{6}$

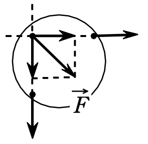
10 解答 0.45 N·m

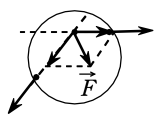
11 解答 (1) 5.0 N　(2) 0.25

12 解答 (1) 6.0 N　(2) 3.0 N　(3) 5.2 N

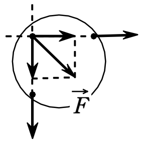
13 解答 (1) 0.60　(2) 0.75

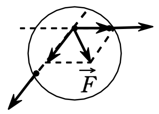
14 解答 $M_1 = 6.0$ N·m，$M_2 = -17$ N·m，$M_3 = 12$ N·m，$M_4 = 0$ N·m

15 解答 (1)


(2)


(3) 5 N，0.6 m

16 解答 (1)


(2)


(3) 5 N，3：2
(4) 2 N，2：1

17 解答 4.0 N·m

18 解答 24 cm

19 解答 m_A：6.0 kg，m_B：3.0 kg

20 解答 $T = 4mg$，$F = mg$，$N = 2\sqrt{3}\,mg$

21 解答 (1) $N_A = \dfrac{mg}{2\tan\theta}$，$N_B = mg$，$F = \dfrac{mg}{2\tan\theta}$　(2) $\dfrac{1}{2\mu}$

22 解答 (1) 左端の頂点から右に 10.4 cm　(2) 円板の中心から左に $\dfrac{r}{6}$

23 解答 (1) 1.0 N·m　(2) −1.0 N·m　(3) 0 N·m　(4) −1.4 N·m

24 解答 2.0 kg

25 解答 k_A：40 N/m，k_B：1.2×10^2 N/m

26 解答 (a) T：69 N，F：35 N　(b) T：24 N，F：36 N
(c) T：42 N，F：42 N

27 解答 (1) 鉛直方向の力のつりあい：$N_B - W = 0$，
水平方向の力のつりあい：$N_A - F = 0$，
点 B のまわりの力のモーメントのつりあい：$W\times\dfrac{1}{3}l - N_A\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}l = 0$
(2) $N_A = \dfrac{2\sqrt{3}}{9}W$ [N]，$N_B = W$ [N]，$F = \dfrac{2\sqrt{3}}{9}W$ [N]

28 解答 (1) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}W$　(2) R_x：右向きに $\dfrac{\sqrt{3}}{4}W$，R_y：上向きに $\dfrac{1}{4}W$

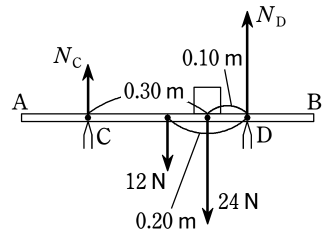
29 解答 (a) 50 N　(b) 10 N　(c) 40 N
※合力 $\vec{F}$ [N] は解説を参照。

30 解答 0.75 m

31 解答 x_G：0.40 m，y_G：0.10 m

32 解答 点 O より左に 3.0×10^{-2} m の位置

33 解答 W：25 N　x：1.2 m

34 解答 (1) 右図　C：12 N，D：24 N
(2) D より 0.10 m 右の所


35 解答 (1) $\dfrac{3(l+10x)}{8l}mg$　(2) B 端から距離 $\dfrac{7}{10}l$ の所

36 解答 (1) $\dfrac{\sqrt{2}\,mgL}{4r}$　(2) $\dfrac{mg(4r-L)}{4r}$　(3) $\dfrac{4\mu r}{1+\mu}$

37 解答 $\mu < \dfrac{l}{2h}$

1 「$M=Fl$」より

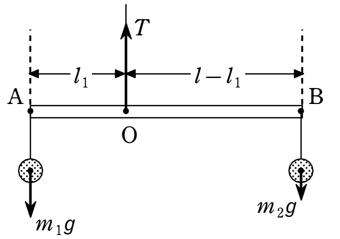
$M_P=6.0\times2.5=\mathbf{15\ N\cdot m}$

$M_Q=-6.0\times1.6=\mathbf{-9.6\ N\cdot m}$

2 $M=3.0\times3.0-1.5\times(3.0+2.0)=\mathbf{1.5\ N\cdot m}$

3 点 O のまわりの力のモーメントの和は

$m_1g\cdot l_1-m_2g\cdot(l-l_1)=0$



よって　$m_2=\dfrac{l_1}{l-l_1}m_1=\dfrac{0.20}{0.50-0.20}\times0.60$

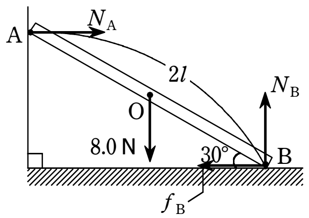
$=\mathbf{0.40\ kg}$

また，合力の大きさが 0 になるので

$T-m_1g-m_2g=0$

よって　$T=(m_1+m_2)g=(0.60+0.40)\times9.8=\mathbf{9.8\ N}$

4 棒の長さを $2l$〔m〕とする。棒にはたらく力は，上端 A が壁から受ける垂直抗力 N_A〔N〕，下端 B が床から受ける垂直抗力 N_B〔N〕と床から受ける静止摩擦力 f_B〔N〕，重力 8.0 N である。



並進運動し始めない条件より

$N_A-f_B=0$　　……①

$N_B-8.0=0$　　……②

回転運動し始めない条件より，点 B のまわりの力のモーメントを考えて

$8.0\times l\cos30°-N_A\times2l\sin30°=0$　……③

(1)　② 式より　$N_B=\mathbf{8.0\ N}$

(2)　③ 式より　$8.0\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-N_A=0$

よって　$N_A=4.0\sqrt{3}=\mathbf{6.8\ N}$

これと ① 式より　$f_B=N_A=\mathbf{6.8\ N}$

5 点 O から合力の作用線までの距離を x〔m〕とする。

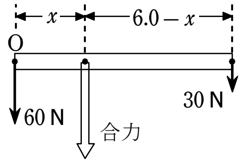
(1)　2 力とも下向きだから，合力も**下向き**である。

大きさは　$60+30=\mathbf{90\ N}$

また，図より　$x:(6.0-x)=30:60$ が成りたつ。

これより　$60x=30(6.0-x)$

よって　$x=\mathbf{2.0\ m}$



(2)　上向きを正とすると，合力は $30-45=-15$ N

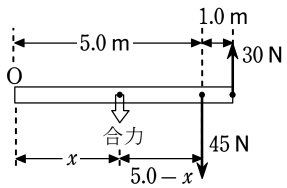
よって，向きは**下向き**で大きさは **15 N** である。

また，図より

$(5.0-x):\{(5.0-x)+1.0\}=30:45$

が成りたつ。これより　$45(5.0-x)=30(6.0-x)$

よって　$x=\mathbf{3.0\ m}$



(3)　上向きを正とすると，合力は $48-36=12$ N

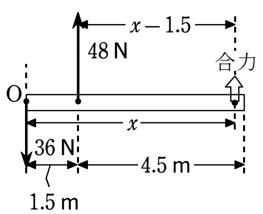
よって，向きは**上向き**で大きさは **12 N** である。

また，図より

$(x-1.5):x=36:48$ が成りたつ。

これより　$48(x-1.5)=36x$

よって　$x=\mathbf{6.0\ m}$



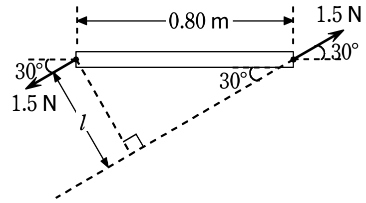
6 偶力の作用線間の距離を l〔m〕とすると，l は次のように表される。

$l=0.80\times\sin30°=0.40$ m

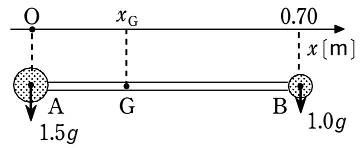
ゆえに，偶力のモーメント

$Fl=1.5\times0.40=\mathbf{0.60\ N\cdot m}$

この偶力は，棒を反時計回りに回転させるはたらきをもつので正である。



7 図のように x 軸をとり，重心の座標を x_G〔m〕とする。



「$x_G=\dfrac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}$」より

$x_G=\dfrac{1.5\times0+1.0\times0.70}{1.5+1.0}=\mathbf{0.28\ m}$

8 棒の重心の位置と重さが未知数であり，それに対しての力のモーメントのつりあいの式を 2 つ立てる。棒の重心の位置を A 端より右に x〔m〕の所とし，棒の重さを W〔N〕とする。

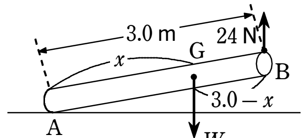


図 a

図 a で，点 A のまわりの力のモーメントの和＝0 より

$24\times3.0-Wx=0$　　……①

図 b で，点 B のまわりの力のモーメントの和＝0 より

$W(3.0-x)-12\times3.0=0$　……②

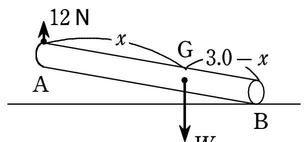


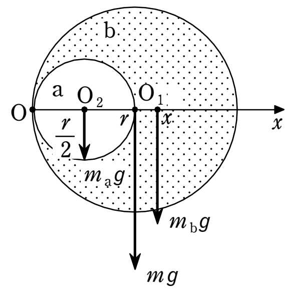
図 b

①，② 式より

$x=\mathbf{2.0\ m}$　　$W=\mathbf{36\ N}$

9 (1)　質量(あるいは重さ)は面積に比例する。半径 r の円板の面積 S_1 は

$S_1=\pi r^2$



半径 $\dfrac{r}{2}$ の円板の面積 S_2 は

$S_2=\pi\left(\dfrac{r}{2}\right)^2=\dfrac{\pi r^2}{4}$

b 部分の面積 S_3 は

$S_3=S_1-S_2=\pi r^2-\dfrac{\pi r^2}{4}=\dfrac{3\pi r^2}{4}$

a の質量 m_a は　$m_a=m\cdot\dfrac{S_2}{S_1}=m\cdot\dfrac{\pi r^2/4}{\pi r^2}=\mathbf{\dfrac{m}{4}}$

b の質量 m_b は　$m_b=m\cdot\dfrac{S_3}{S_1}=m\cdot\dfrac{3\pi r^2/4}{\pi r^2}=\mathbf{\dfrac{3m}{4}}$

(2)　a 部分$\left(\text{重心の位置は }x=\dfrac{r}{2}\right)$と b 部分(重心の位置を x とする)の 2 つの部分からなるものの全体の重心の位置 x_G が，$x_G=r$ (点 O_1) である。

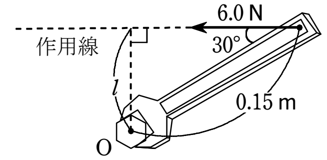
「$x_G=\dfrac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}$」より

$r=\dfrac{m_a\cdot\dfrac{r}{2}+m_bx}{m_a+m_b}=\dfrac{\dfrac{m}{4}\cdot\dfrac{r}{2}+\dfrac{3m}{4}\cdot x}{m}=\dfrac{r}{8}+\dfrac{3x}{4}$

ゆえに，x 軸上で $x=\mathbf{\dfrac{7r}{6}}$

10 力の作用線から点 O までの距離 l〔m〕は

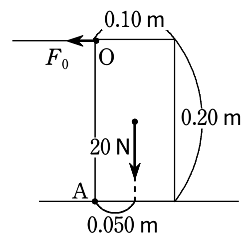
$l=0.15\times\sin30°$m である。



点 O のまわりの力のモーメントM〔N•m〕は

$M=Fl=6.0\times(0.15\times\sin30°)=\mathbf{0.45\ N\cdot m}$

11 (1)　引く力の大きさが F_0〔N〕のとき，下の図で点 A のまわりの力のモーメントの和 M〔N•m〕は 0 となる。



$M=F_0\times0.20-20\times0.050=0$

これより　$F_0=\mathbf{5.0\ N}$

(2)　(1) のとき，物体が水平面から受ける摩擦力の大きさ f〔N〕は，水平方向の力のつりあいより　$f=F_0=5.0$ N

(1) のときまでに，物体がすべりださないためには，f が最大摩擦力の大きさ以下であればよい。したがって

$f\leqq\mu_0\times20$　　よって　$5.0\leqq\mu_0\times20$

ゆえに　$\mu_0\geqq\mathbf{0.25}$

12 棒 AB の長さを l〔m〕とする。棒 AB が受ける力は図のようになる。

水平方向の力のつりあいより

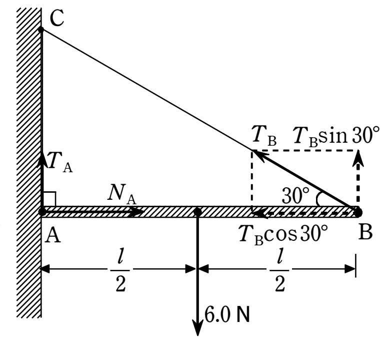
$N_A-T_B\cos30°=0$　　……①

鉛直方向の力のつりあいより

$T_A+T_B\sin30°-6.0=0$　　……②

点 A のまわりの力のモーメントの和が 0 なので

$T_B\sin30°\times l-6.0\times\dfrac{l}{2}=0$　……③

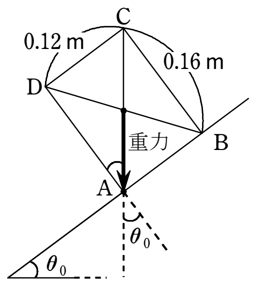


①，②，③ 式より

(1)　$T_B=\mathbf{6.0\ N}$　　(2)　$T_A=\mathbf{3.0\ N}$

(3)　$N_A=6.0\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\fallingdotseq\mathbf{5.2\ N}$

13 (1)　図より



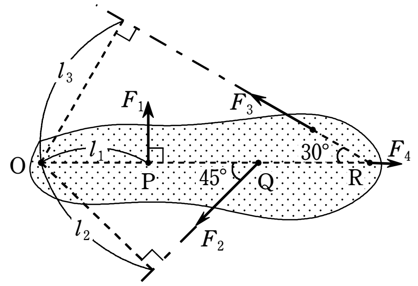
$$\sin\theta_0=\frac{CD}{AC}$$
$$=\frac{0.12}{\sqrt{0.12^2+0.16^2}}$$
$$=\mathbf{0.60}$$

(2)　斜面の傾きが θ_0 をこえるまで直方体がすべらないでいるためには，θ_0 が摩擦角になっていればよい。このときの直方体と斜面との間の静止摩擦係数を μ_0 とすると，$\mu_0=\tan\theta_0$ の関係があるので

$$\mu_0=\tan\theta_0=\frac{0.12}{0.16}=0.75$$

したがって，μ が **0.75** より小さいとき，直方体は斜面の傾きが θ_0 となる前に斜面をすべり始める。

14　点 O から各力の作用線までの距離を l_1，l_2，l_3，l_4 とする。



図より　$l_1=0.20$ m

$l_2=0.40\times\sin45°=0.20\sqrt{2}$ m

$l_3=0.60\times\sin30°=0.30$ m，$l_4=0$ m

力のモーメントの式「$M=Fl$」より，反時計回りを正として

$M_1=F_1l_1=30\times0.20=$ **6.0 N･m**

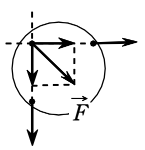
$M_2=-F_2l_2=-60\times0.20\sqrt{2}$

$=-12\times1.41=-16.92≒$ **−17 N･m**

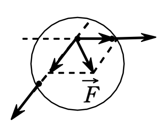
$M_3=F_3l_3=40\times0.30=$ **12 N･m**

$M_4=F_4l_4=$ **0 N･m**

15 (1)



(2)

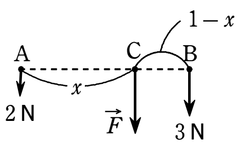


(3)　$F=2+3=$ **5 N**

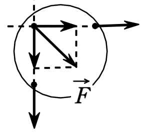
$x:1-x=3:2$

$2x=3(1-x)$ より

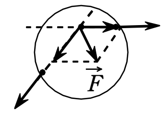
$x=$ **0.6 m**



16 (1)



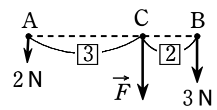
(2)



(3)　$F=2+3=$ **5 N**

AC : CB

$=$ **3 : 2**

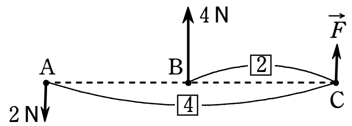


(4)　$F=4-2=$ **2 N**

AC : CB

$=4:2$

$=$ **2 : 1**



17　偶力のモーメントの式より，反時計回りを正として

$M=Fl=10\times0.40=$ **4.0 N･m**

18　重心の式「$x_G=\dfrac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}$」より

$$x_G=\frac{2.0\times0+3.0\times40}{2.0+3.0}=\mathbf{24\ cm}$$

19　指針　未知の力（おもりの重力）が A，B に加わるので，その一方の点のまわりの力のモーメントのつりあい，および鉛直方向の力のつりあいを考える。

解説　棒 AB にはたらく力は図のようになる。ばねが棒を引く力は

$F=kx=980\times0.10=98$ N$=10g$〔N〕

点 A のまわりの力のモーメントのつりあいより

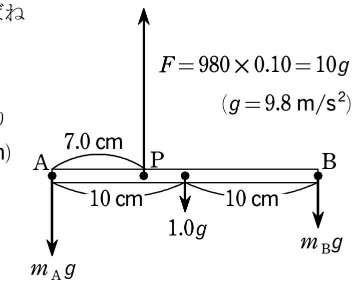
$10g\times7.0-1.0g\times10-m_Bg\times20=0$（N･cm）

よって　$m_B=$ **3.0 kg**

鉛直方向の力のつりあいより

$10g-m_Ag-1.0g-3.0g=0$

よって　$m_A=$ **6.0 kg**



20　指針　A のまわりの力のモーメント，力の鉛直方向，水平方向のつりあいを考える。

解説　棒には図の力がはたらく。張力 T を水平，鉛直方向に分解する。力の作用線が集中している 点 A のまわりの力のモーメントのつりあいの式より

$$\frac{1}{2}T\times l-mg\times\frac{1}{2}l-2mg\times\frac{3}{4}l=0$$

$T=$ **4mg**

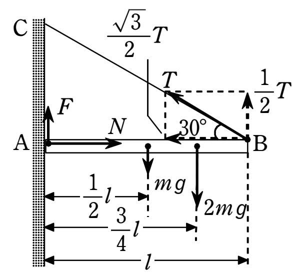
鉛直方向の力のつりあいの式を立て，T を代入すると

$$F+\frac{1}{2}T-mg-2mg=0$$

$$F=3mg-\frac{1}{2}\times4mg=\boldsymbol{mg}$$

水平方向の力のつりあいの式を立て，T を代入すると

$$N-\frac{\sqrt{3}}{2}T=0$$



$$N=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4mg=\boldsymbol{2\sqrt{3}\,mg}$$

21　指針　2 力が集中している B のまわりの力のモーメントのつりあい，鉛直方向と水平方向の力のつりあいを考える。

解説　(1)　棒にはたらく力を図示する。

B のまわりの力のモーメントのつりあいより

$mg\times l\cos\theta-N_A\times2l\sin\theta=0$

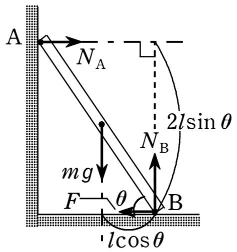
$$N_A=\boldsymbol{\frac{mg}{2\tan\theta}}$$

鉛直方向のつりあいより

$N_B-mg=0$　　よって　$N_B=\boldsymbol{mg}$

水平方向のつりあいより　$N_A-F=0$

$$F=N_A=\boldsymbol{\frac{mg}{2\tan\theta}}$$



(2)　F が最大摩擦力 μN_B をこえなければよいので

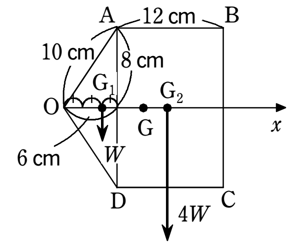
$F\leqq\mu N_B$

$$\frac{mg}{2\tan\theta}\leqq\mu mg\qquad\tan\theta\geqq\boldsymbol{\frac{1}{2\mu}}$$

22　指針　対称軸のある物体の重心はその対称軸上にある。(1) は長方形と三角形に分ける。(2) は切り取った円を元通りにはめ込むと，重心は大きい円の中心になると考える。

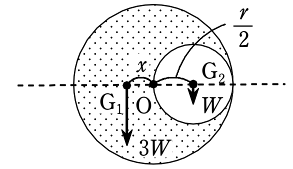
解説　(1)　三角形 OAD，長方形 ABCD の面積は 48 cm^2，192 cm^2 で，重さは W，$4W$ と表される。O から各重心 G_1，G_2 までの距離は 4 cm，12 cm，全体の重心までの距離を x〔cm〕とすると

$$x=\frac{W\times4+4W\times12}{W+4W}=\mathbf{10.4\ cm}$$



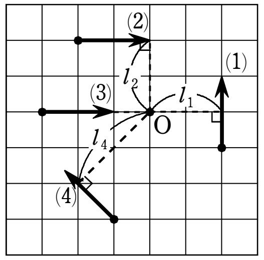
(2)　切り取った円の重さを W とすると，残りの部分の重さは $3W$ である。その重心 G_1 と O との距離を x とすると，O は G_1G_2 を重さの逆比に内分する点であるから

$$x:\frac{r}{2}=W:3W\qquad x=\boldsymbol{\frac{r}{6}}$$



23 指針　力のモーメントは「$M=Fl$」で求められる。l は，点 O から力の作用線までの距離(うでの長さ)である点に注意。

解説　点 O からそれぞれの力の作用線までの距離を l_1〜l_4[m]とすると，図より



$l_1=0.20$ m，　$l_2=0.20$ m

$l_3=0$ m[1]←，　$l_4=0.20\times\sqrt{2}$ m

符号に注意して力のモーメントを求めると

(1)　$M=5.0\times0.20=\mathbf{1.0\ N\cdot m}$

(2)　$M=-5.0\times0.20=\mathbf{-1.0\ N\cdot m}$

(3)　$M=5.0\times0=\mathbf{0\ N\cdot m}$

(4)　$M=-5.0\times0.20\times\sqrt{2}\fallingdotseq\mathbf{-1.4\ N\cdot m}$

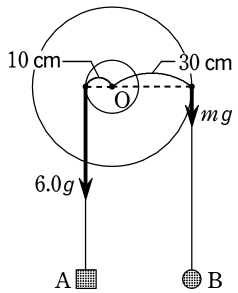
←[1]　力の作用線上に点 O があるので，うでの長さは 0 になる。

24 指針　円板は，おもり A をつるした糸の張力によって反時計回りに，おもり B をつるした糸の張力によって時計回りに回転させられようとする(張力の大きさは，それぞれのおもりにはたらく重力の大きさに等しい)。これらの力の，点 O のまわりの力のモーメントの和が 0 であれば，円板はどちらにも回転しない。

解説　重力加速度の大きさを g[m/s²]とする。

図のように，円板は，$6.0g$ の力によって反時計回り，mg の力によって時計回りに回転させられようとする。

点 O のまわりの力のモーメントのつりあいより(反時計回りを正とする)



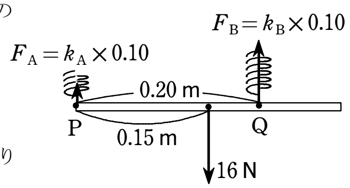
$6.0g\times0.10-mg\times0.30=0$

よって

$m=\mathbf{2.0\ kg}$

25 指針　棒には点 P，Q でフックの法則「$F=kx$」によるばねの弾性力，棒の中心に重力がはたらき，この 3 力がつりあう。弾性力が，どちらも大きさが不明なので，その一方である点 P のまわりの力のモーメントのつりあいを考えると k_B が求められる[1]←。また，鉛直方向の力がつりあっている。

解説　棒にはたらく力は図のようになる。ばねの弾性力は，A，B それぞれ



$F_A=k_Ax=k_A\times0.10$

$F_B=k_B\times0.10$

となる。点 P のまわりの力のモーメントのつりあいより[2]←

$(k_B\times0.10)\times0.20-16\times0.15=0$

よって　$k_B=\mathbf{1.2\times10^2\ N/m}$

鉛直方向の力のつりあいより

$k_A\times0.10+(1.2\times10^2)\times0.10-16=0$　　$k_A=\mathbf{40\ N/m}$

←[1]　別解　ばね A，B の弾性力の合力が棒の中心にはたらき，16 N の大きさであればよいので

$k_A\times0.10:k_B\times0.10=(0.20-0.15):0.15$

よって　$k_A:k_B=1:3$

これと

$k_A\times0.10+k_B\times0.10=16$

より k_A，k_B を求める。

←[2]　点 Q のまわりの力のモーメントのつりあいを考えてもよい。

26 指針　棒にはたらく力は，重心 G (棒の中点) にはたらく重力 W，糸の張力 T，外力 F の 3 力で，これらがつりあっている。(a)，(c) のように，平行でない 3 力がつりあうとき，3 力の作用線は 1 点で交わる。これを利用すれば，3 力の矢印(大きさ，向き)を作図することができる。この図をもとに，水平，鉛直方向の力のつりあいの式，あるいは，力のモーメントのつりあいの式を立てる。(b) のような，3 つの平行な力のつりあいでは，力のモーメントのつりあいの式を立てればよい。

解説　(a)　棒にはたらく，重力 W，糸の張力 T，外力 F の 3 力の作用線は点 A で交わる (図 a)。

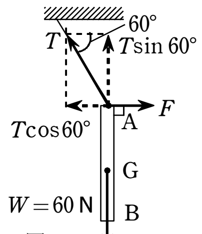


図 a

水平方向の力のつりあいより

$F-T\cos60°=0$　　$F-\dfrac{1}{2}T=0$　　…… ①

鉛直方向の力のつりあいより

$T\sin60°-W=0$　　$\dfrac{\sqrt{3}}{2}T-W=0$　…… ②

② 式より　$T=\dfrac{2}{\sqrt{3}}W=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\times60=40\sqrt{3}$

$\fallingdotseq\mathbf{69\ N}$

① 式より　$F=\dfrac{1}{2}T=\dfrac{40\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}\fallingdotseq\mathbf{35\ N}$

(b)　水平に対する棒の傾きの角を θ とする (図 b)。点 A のまわりの力のモーメントのつりあいより

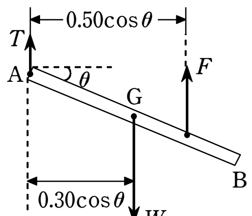


図 b

$F\times0.50\cos\theta-W\times0.30\cos\theta=0$[1]←

よって　　$F=\dfrac{3}{5}W=\dfrac{3}{5}\times60=\mathbf{36\ N}$

鉛直方向の力のつりあいより

$T+F-W=0$

よって　$T=W-F=60-36=\mathbf{24\ N}$

(c)　外力 F と棒(水平方向)のなす角を θ とする (図 c)。外力 F の作用線は棒 AB の垂直 2 等分線 (重心 G を通る鉛直線) と張力 T の作用線の交点 O を通る。

したがって　△AOG≡△BOG

よって　$\theta=45°$

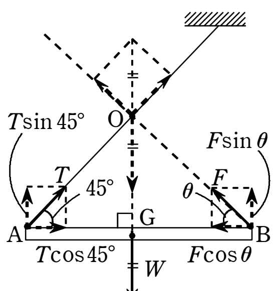


図 c

水平方向の力のつりあいより

$T\cos45°-F\cos45°=0$

よって　$T=F$　　…… ①

鉛直方向の力のつりあいより

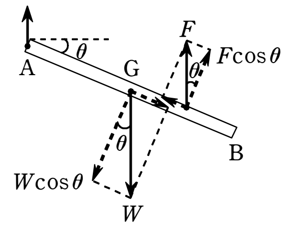
$T\sin45°+F\sin45°-W=0$　　$T+F=\sqrt{2}W$

…… ②

①，② 式より　$T=F=\dfrac{\sqrt{2}}{2}W=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times60=30\sqrt{2}$

$\fallingdotseq\mathbf{42\ N}$[2]←

←[1]　別解　力を分解して考える。



点 A のまわりの力のモーメントのつりあいより

$F\cos\theta\times0.50-W\cos\theta\times0.30=0$

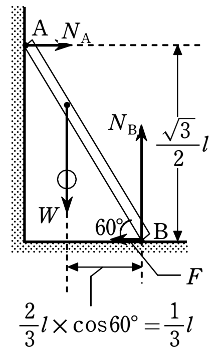
←[2]　別解　点 B のまわりの力のモーメントのつりあいより

$W\times0.30-T\sin45°\times0.60=0$

よって　$T=\dfrac{\sqrt{2}}{2}W\fallingdotseq\mathbf{42\ N}$

27 指針　棒にはたらく力は，鉛直方向におもりをつるした糸の張力 W (おもりにはたらく重力に等しい) と床から受ける垂直抗力 N_B，水平方向に壁から受ける垂直抗力 N_A と床から受ける摩擦力 F である[1]←。これらの力のつりあい，および力のモーメントのつりあいの式を連立させて解く。

解説　(1)　棒にはたらく力は図のようになる。



鉛直方向の力のつりあいより

$N_B-W=0$　　…… ①

水平方向の力のつりあいより

$N_A-F=0$　　…… ②

点 B のまわりの力のモーメントのつりあいより

$W\times\dfrac{1}{3}l-N_A\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}l=0$　　…… ③

(2)　① 式より　$N_B=W$ [N]

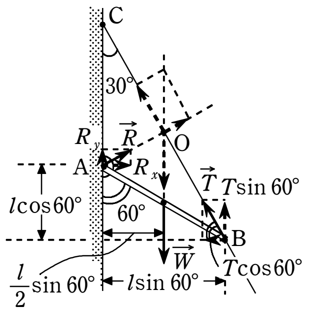
③ 式より　$N_A=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\times\dfrac{1}{3}W=\dfrac{2\sqrt{3}}{9}W$ [N]

これと ② 式より　$F=N_A=\dfrac{2\sqrt{3}}{9}W$ [N]

←[1]「軽い棒」とあるので，棒にはたらく重力は考えなくてよい。また，「なめらかな壁」とあるので，壁からの摩擦力ははたらかないと考えてよい。

28 指針　平行でない3力が剛体にはたらいてつりあっているとき，3力の作用線は1点で交わる。これは，つりあいの条件　力のモーメントの和＝0　の別の表現である。この問題のように，点Aでの抗力 $\vec{R}$ の向きが不明でも，重力 $\vec{W}$，糸の張力 $\vec{T}$ の2つの作用線の交点Oを見つければ，$\vec{R}$ の作用線が直線AOであることがわかる。このことと，3力のつりあいのベクトル図とから $\vec{R}$ の向きが判明する。$\vec{R}$ の作図ができたら，水平・鉛直2方向のつりあいの式と力のモーメントのつりあいの式を立てる[1]←。

解説　重力 $\vec{W}$ と糸の張力 $\vec{T}$ の作用線が，図の点Oで交わるので，抗力 $\vec{R}$ の向きはA→Oとなる。



水平方向の力のつりあいより

$R_x - T\cos 60° = 0$

$R_x - \frac{1}{2}T = 0$　……①

鉛直方向の力のつりあいより

$R_y + T\sin 60° - W = 0$

$R_y + \frac{\sqrt{3}}{2}T - W = 0$　……②

点Aのまわりの力のモーメントのつりあいより

$$T\sin 60° \times l\sin 60° - T\cos 60° \times l\cos 60° - W \times \frac{l}{2}\sin 60° = 0$$

$$\frac{3}{4}T - \frac{1}{4}T - \frac{\sqrt{3}}{4}W = 0 \qquad 2T - \sqrt{3}W = 0 \quad ……③$$

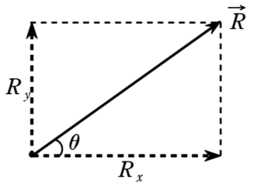
(1)　③式より　$T = \frac{\sqrt{3}}{2}W$

(2)　T の値を①式に代入して　$R_x = \frac{1}{2}T = \frac{\sqrt{3}}{4}W$ (右向き)[2]←

T の値を②式に代入して　$R_y = W - \frac{\sqrt{3}}{2}T = \frac{1}{4}W$ (上向き)[2]←

←[1]　$\vec{R}$ の向きを正確に求めず，ある向きに仮定して解くこともできる。その場合，R_x，R_y が負の値であれば，仮定した向きと逆向きであると考えればよい。

←[2]　参考　抗力 $\vec{R}$ の大きさと向き



$$R^2 = R_x{}^2 + R_y{}^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}W\right)^2 + \left(\frac{1}{4}W\right)^2 = \frac{1}{4}W^2$$

よって　$R = \frac{1}{2}W$

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

よって　$\theta = 30°$

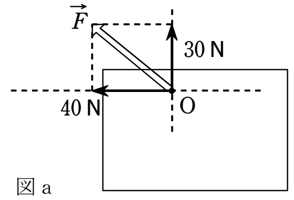
29 指針　(a)　力を作用線上で移動させてもその効果は変わらないので，1点に2つの力がはたらくように移動し，そのベクトルを合成すればよい。

(b)，(c)　平行で同じ向きの2力の合力は，大きさはこれらの和，作用線は2力の作用点間を力の逆比に内分した所になる。一方，平行で逆向きの2力の合力は，大きさはこれらの差，作用線は2力の作用点間を力の逆比に外分した所になる(大きいほうの力の外側)。

解説　(a)　2つの力を，それらの作用線上の交点に平行移動して合成すると，図aのようになる。

三平方の定理より

$F = \sqrt{40^2 + 30^2} = $ **50 N**



図a

(b)　2つの力は平行で逆向きなので，その合力の大きさは2力の差になる。よって

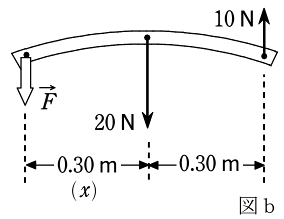
$F = 20 - 10 = $ **10 N**（下向き）

合力の作用線と20Nの力の作用線間の距離を x[m]とすると，合力の作用線は2力の作用点間を力の逆比に外分するから

$x : (x + 0.30) = 10 : 20$

これを解いて　$x = 0.30$ m[1]←

以上より，合力は図bのようになる。



図b

(c)　まず，30Nと10Nの力の合力を求める。

大きさは2力の差になるので，

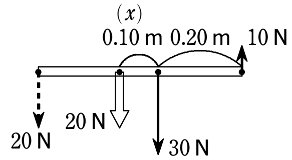
$30 - 10 = 20$ N（下向き）

合力の作用線と30Nの力の作用線間の距離を x[m]とすると，(b)と同様に

$x : (x + 0.20) = 10 : 30$

これを解いて　$x = 0.10$ m

以上より，合力は図cのようになる。

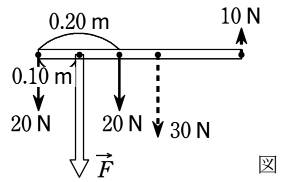


図c

さらに，この力と20Nの力の合力を求める。

大きさは2力の和になるので

$F = 20 + 20 = $ **40 N**（下向き）



図d

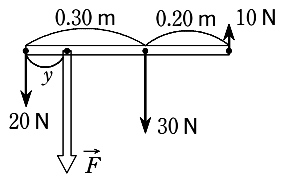
合力の作用線は2力の作用点間を力の逆比に内分するので，この場合はその中点を通る。よって，合力は図dのようになる[2]←。

←[1]　別解　合力は1つの力であるから，その作用点のまわりの力のモーメントは0である。したがって，合成する前の2力についても，合力の作用点のまわりの力のモーメントの和は0になる。よって

$10 \times (x + 0.30) - 20 \times x = 0$

$x = 0.30$ m

←[2]　別解

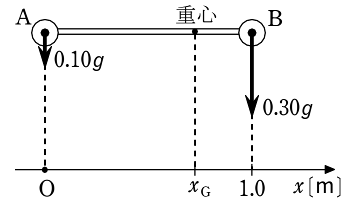


合力の作用点のまわりの力のモーメントのつりあいより

$20 \times y + 10 \times (0.50 - y) - 30 \times (0.30 - y) = 0$

$y = 0.10$ m

30 指針　重心の式「$x_G = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$」を用いる。



解説　図のように x 座標をとり，重心の x 座標を x_G[m]とする。

「$x_G = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$」より

$$x_G = \frac{0.10 \times 0 + 0.30 \times 1.0}{0.10 + 0.30}$$

$= $ **0.75 m**[1]←

←[1]　別解　重心は2つの球にはたらく重力の合力の作用点であるので，重心はAB間を力の逆比に内分する。重力加速度の大きさを g[m/s²]として

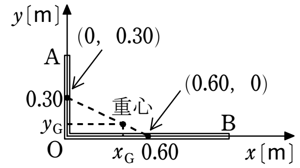
$x_G : (1.0 - x_G) = 0.30g : 0.10g$

これを解いて　$x_G = $ **0.75 m**

31 指針　針金を0.60mの部分と1.2mの部分に分けて考えると，重力はそれぞれの中心にはたらくと考えてよい。これらの座標を求め，x，y 座標それぞれについて重心の式を用いる。

解説　図のように針金の両端をA，Bとすると，AO部分の重心の座標は(0，0.30)，OB部分の重心の座標は(0.60，0)となる。

AO部分の質量を m[kg]とすると，OB部分の質量は $2m$[kg]となるから，



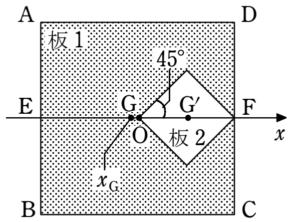
「$x_G = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$」，

「$y_G = \frac{m_1y_1 + m_2y_2}{m_1 + m_2}$」より

$$x_G = \frac{m \times 0 + 2m \times 0.60}{m + 2m} = \mathbf{0.40\ m}$$

$$y_G = \frac{m \times 0.30 + 2m \times 0}{m + 2m} = \mathbf{0.10\ m}$$

32 指針　切り抜かれた板(重心 G)と，切り抜いた部分(重心 G′：OF の中点)を合計したとき，その重心はもとの正方形 ABCD の重心 O に一致する。



解説　切り抜かれた板を板 1，切り抜いた部分の板を板 2 とする。
板 1 は EF に対して線対称だから，その重心 G は EF 上にある。図のように x 軸をとり，G の座標を x_G〔m〕とする。
板 2 の重心 G′ は OF の中点であるから，その座標は $x_{G'}=0.21$ m である。

ここで，板 2 の 1 辺の長さは　$\mathrm{OF}\sin 45°=\frac{1}{2}\mathrm{AB}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}\mathrm{AB}$

よって

正方形 ABCD の面積：板 2 の面積$=\mathrm{AB}^2:\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\mathrm{AB}\right)^2=1:\frac{1}{8}=8:1$

質量は面積に比例するので　板 1 の質量：板 2 の質量$=(8-1):1=7:1$

板 1 と板 2 を合計したとき，その重心はもとの正方形 ABCD の重心 O に一致するから，「$x_G=\frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}$」より

$$0=\frac{7\times x_G+1\times 0.21}{7+1}\qquad よって\quad x_G=-3.0\times10^{-2}\ \mathrm{m}^{[1]\leftarrow}$$

以上より，重心 G は，**点 O より左に 3.0×10^{-2} m の位置**にある。

←[1]　別解　負の質量を考える方法：板 1 は正方形 ABCD の板から板 2 を切り抜いたものである。
正方形 ABCD の重心に 8 の質量が，板 2 の重心に -1 の質量があると考えることによって，板 1 の重心は

$$x_G=\frac{8\times0+(-1)\times0.21}{8+(-1)}=-3.0\times10^{-2}\ \mathrm{m}$$

33 指針　一端をわずかに持ち上げているとき，持ち上げた力と棒は直交していると考えてよい。棒には持ち上げた力のほかに，他端で地面から受ける垂直抗力，重心に重力がはたらき，この 3 力がつりあう。垂直抗力の大きさはわからないので，その作用点である地面との接点のまわりについて力のモーメントのつりあいを考えれば，式の中に垂直抗力を出さずにすむ[1]←。

解説　B 端を 15 N で持ち上げたときの力は図 a のようになり，A 端のまわりの力のモーメントのつりあいより

$$15\times2.0-W\times x=0\qquad Wx=30\qquad\cdots①$$

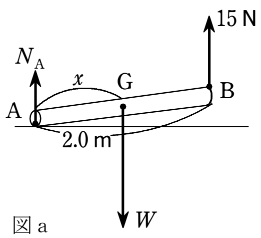


図 a

A 端を 10 N で持ち上げたときの力は図 b のようになり，B 端のまわりの力のモーメントのつりあいより

$$W\times(2.0-x)-10\times2.0=0$$

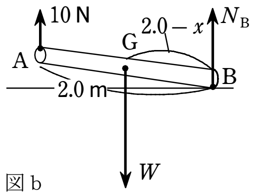


図 b

この式より

$$2.0W=20+Wx$$

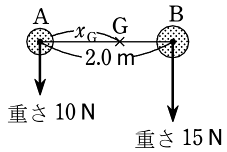
これに ① 式を代入して

よって　$W=25$ N

これと ① 式より

$$x=\frac{30}{W}=\frac{30}{25}=1.2\ \mathrm{m}$$

←[1]　別解　B 端は 15 N で，A 端は 10 N で持ち上がるので，右図の物体と状況が同じである。



重心の式より　$x_G=\frac{10\times0+15\times2.0}{10+15}=1.2$ m

全体の重さ W は　$W=10+15=25$ N

34 指針　板には C，D から上向きの垂直抗力，おもりから重力 24 N，板の中心に板の重力 12 N がはたらく。このうち C，D からの垂直抗力の大きさが未知数となるので，C[1]← か D のまわりの力のモーメントについてつりあいを考えれば，一方の垂直抗力は式に出てこなくなる。おもりを右へ移動していくと，やがて C からの垂直抗力が 0 になって C から浮き上がり，板はひっくり返る。

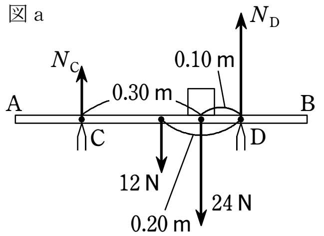
解説　(1)　板にはたらく力は図 a のようになる。
板が C，D から受ける垂直抗力の大きさを N_C，N_D〔N〕とすると，D のまわりの力のモーメントのつりあいより

$$12\times0.20+24\times0.10-N_C\times0.40=0$$

よって　$N_C=12$ N

また，鉛直方向の力のつりあいより

$$N_C+N_D-12-24=0\qquad よって\quad N_D=24\ \mathrm{N}$$

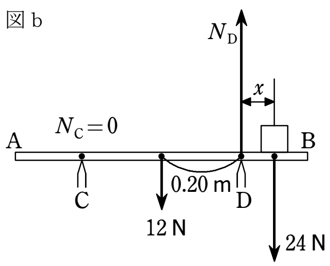
図 a


(2)　D より x〔m〕右の位置でひっくり返るとすると，板にはたらく力は図 b のようになる。
このとき $N_C=0$ となり，板は C から浮き上がる。D のまわりの力のモーメントのつりあいより

$$12\times0.20-24\times x=0$$

よって　$x=0.10$ m

以上より，**D より 0.10 m 右の所**でひっくり返る。

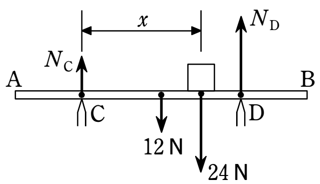
図 b


←[1]　別解　おもりの位置を C より x〔m〕右とする。鉛直方向の力のつりあいより

$$N_C+N_D-12-24=0$$

C のまわりの力のモーメントのつりあいより

$$N_D\times0.40-12\times0.20-24x=0$$



これらの式を

(1)　$x=0.30$ m

(2)　$N_C=0$

の条件で解けばよい。

35 指針　はしごには中心に重力 mg，人の位置に人の重力 $5mg$，床から B 端に垂直抗力 N_B，摩擦力 F，A 端で壁から垂直抗力 N_A がはたらく。B 端のまわりの力のモーメント，水平方向，鉛直方向の力のつりあいを考える。はしごがすべるのは，静止摩擦力 F が最大摩擦力 $F_0=\mu N$ に達した直後である。はしご，壁，床で囲まれた三角形は 3：4：5 の直角三角形である。

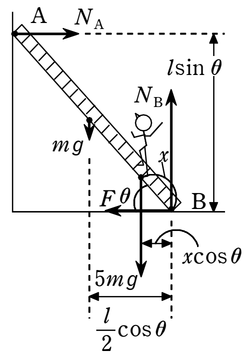
解説　(1)　はしごにはたらく力は図のようになる。B 端のまわりの力のモーメントのつりあいから

$$mg\times\frac{l}{2}\cos\theta+5mg\times x\cos\theta-N_A\times l\sin\theta=0^{[1]\leftarrow}$$

両辺を $\cos\theta$ で割って N_A を求めると

$$\frac{mgl}{2}+5mgx=N_Al\tan\theta^{[2]\leftarrow}=N_Al\times\frac{4}{3}$$

$$N_A=\frac{3(l+10x)}{8l}mg$$



水平方向の力のつりあいより

$$N_A-F=0\qquad F=N_A=\frac{3(l+10x)}{8l}mg$$

(2)　鉛直方向の力のつりあいより

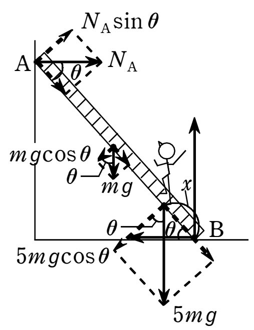
$$N_B-mg-5mg=0\qquad N_B=6mg$$

すべりだす直前について　$F=\mu N_B$ の関係が成りたつので

$$\frac{3(l+10x)mg}{8l}=0.5\times6mg$$

$$l+10x=8l\qquad x=\frac{7}{10}l\qquad \text{B 端から距離 }\frac{7}{10}l\text{ の所}$$

←[1]　別解　力を分解して考える。



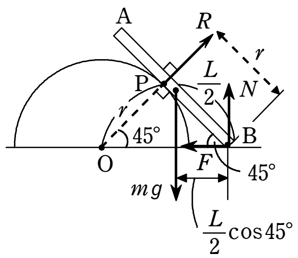
B 端のまわりの力のモーメントのつりあいより

$$mg\cos\theta\times\frac{l}{2}+5mg\cos\theta\times x-N_A\sin\theta\times l=0$$

←[2]　$\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\tan\theta$ を用いた。

36 指針　棒には，ABの中点に重力(鉛直下向き)，点Pに半球面からの抗力 R (半球面がなめらかなので，半球面に垂直に球面⟶棒の向き)，点Bに垂直抗力 N (鉛直上向き)と摩擦力(すべるとき点Bが右へすべるので，摩擦力はそれを止めるように水平左向き)がはたらいている。点Bのまわりの力のモーメントのつりあい，鉛直方向の力のつりあい，水平方向の力のつりあいを考える。棒の長さが L_0 のとき，摩擦力が最大摩擦力 μN になっている。

解説　(1)　棒にはたらく力は図のようになる。



$\angle PBO=45°$　かつ　$\angle OPB=90°$ [1]←

なので，$\angle POB=45°$ である。よって BP の長さは OP の長さと等しく r である。点Bのまわりについて力のモーメントのつりあいの式を立てると[2]←

$$mg\times\frac{L}{2}\cos45°-R\times r=0$$ [3]←

よって

$$R=\frac{mgL}{2r}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}\,mgL}{4r}$$

(2)　抗力 R を水平成分 $R\cos45°$ と鉛直成分 $R\sin45°$ に分けて，鉛直方向について力のつりあいの式を立てると

$$R\sin45°+N-mg=0$$

この式に(1)の R を代入すると

$$\frac{\sqrt{2}\,mgL}{4r}\times\frac{1}{\sqrt{2}}+N-mg=0\qquad N=mg-\frac{mgL}{4r}=\frac{mg(4r-L)}{4r}$$

(3)　静止摩擦力を F として，水平方向について力のつりあいの式を立てると

$$R\cos45°-F=0$$

R を代入すると

$$F=\frac{\sqrt{2}\,mgL}{4r}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{mgL}{4r}$$

点Bで棒がすべりださないためには，静止摩擦力 F が最大摩擦力をこえないことが必要なので

$$F\leqq\mu N$$

この式に上記の F，(2)の N の値を代入して

$$\frac{mgL}{4r}\leqq\mu\times\frac{mg(4r-L)}{4r}$$

$$L\leqq\mu(4r-L)\quad L\leqq\frac{4\mu r}{1+\mu}$$　よって，L の最大値 L_0 は　$L_0=\dfrac{4\mu r}{1+\mu}$

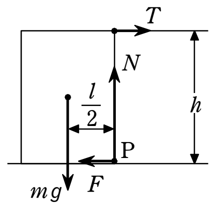
←[1]　棒は球面に接しており，円の接線と法線 OP は直交する。

←[2]　大きさ未知の力 R，N，F のうち，2力が点Bにはたらくので，点Bのまわりについて力のモーメントを考えると，この2力は式に現れず，簡単になる。

←[3]　mg のモーメントは点Bと mg の作用線の間の距離で考えよ。

37 指針　箱が横転して倒れる瞬間，箱の底面は床から浮き上がるが，倒れる側の端点だけは床についたままで，この点を回転軸として回転する。このときの摩擦力が最大摩擦力をこえているとすると，このように横転する前に摩擦が限界に達しているので箱は横転せずに面をすべる。

解説　張力の大きさを T，重力加速度の大きさを g とする。



箱が横転し始める瞬間についてはたらく力をかくと，図のようになる[1]←。このとき，箱は点Pのまわりに回転し，床とは点Pで接している状態となるので，垂直抗力 N，摩擦力 F ともに点Pにはたらく。

水平方向，鉛直方向の力のつりあいより

水平方向：$T-F=0$　……①

鉛直方向：$N-mg=0$　……②

点Pのまわりの力のモーメントのつりあいより

$$mg\times\frac{l}{2}-T\times h=0\qquad\cdots\cdots③$$

③式より　$T=\dfrac{mgl}{2h}$

これと①式より　$F=T=\dfrac{mgl}{2h}$　……④

②式より　$N=mg$　……⑤

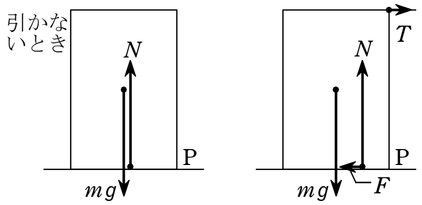
この状態で，摩擦力 F が最大摩擦力 $F_0=\mu N$ をこえていれば，箱は横転する前に床をすべり始める[2]←。つまり

$$F>\mu N$$

これに④，⑤式を代入して

$$\frac{mgl}{2h}>\mu mg\qquad\text{よって}\quad\mu<\frac{l}{2h}$$

←[1]　T を大きくすると，垂直抗力 N の作用点はPのほうへ移動する。



←[2]　摩擦力は張力 T が大きくなるにつれて大きくなるが，$F_0=\mu N$ を少しでもこえるとすべり始める。横転するより先に F_0 に達していればよい。