

解説

練習 2 4 (1) 左辺を因数分解すると  $(x-2)(x^2+2x+4)=0$

よって  $x-2=0$  または  $x^2+2x+4=0$

したがって  $x=2, -1\pm\sqrt{3}i$

(2) 左辺を因数分解すると  $(x+1)(x^2-x+1)=0$

よって  $x+1=0$  または  $x^2-x+1=0$

したがって  $x=-1, \frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$

解説

練習 2 5 (1) 27 の 3 乗根は、3 次方程式  $x^3=27$  の解である。

$x^3-27=0$  左辺を因数分解すると  $(x-3)(x^2+3x+9)=0$

よって  $x-3=0$  または  $x^2+3x+9=0$

これを解くと  $x=3, \frac{-3\pm 3\sqrt{3}i}{2}$

したがって、27 の 3 乗根は  $3, \frac{-3+3\sqrt{3}i}{2}, \frac{-3-3\sqrt{3}i}{2}$

(2) -8 の 3 乗根は、3 次方程式  $x^3=-8$  の解である。

$x^3+8=0$  左辺を因数分解すると  $(x+2)(x^2-2x+4)=0$

よって  $x+2=0$  または  $x^2-2x+4=0$

これを解くと  $x=-2, 1\pm\sqrt{3}i$

したがって、-8 の 3 乗根は  $-2, 1+\sqrt{3}i, 1-\sqrt{3}i$

解説

練習 2 6 (1) 左辺を因数分解すると  $(x^2-3)(x^2+4)=0$

よって  $x^2-3=0$  または  $x^2+4=0$

したがって  $x=\pm\sqrt{3}, \pm 2i$

(2) 左辺を因数分解すると  $(x^2+1)(x^2-1)=0$

よって  $x^2+1=0$  または  $x^2-1=0$

したがって  $x=\pm i, \pm 1$

解説

練習 27 (1)  $P(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$  とすると

$$P(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + 8 = 0 \quad \text{よって, } P(x) \text{ は } x-1 \text{ を因数にもち}$$

$$P(x) = (x-1)(x^2 - 2x - 8) = (x-1)(x+2)(x-4)$$

$$P(x) = 0 \text{ から } x = -2, 1, 4$$

(2)  $P(x) = x^3 + 4x^2 + 5x + 2$  とすると

$$P(-1) = (-1)^3 + 4(-1)^2 + 5(-1) + 2 = 0 \quad \text{よって, } P(x) \text{ は } x+1 \text{ を因数にもち}$$

$$P(x) = (x+1)(x^2 + 3x + 2) = (x+1)^2(x+2)$$

$$P(x) = 0 \text{ から } x = -2, -1$$

(3)  $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2$  とすると

$$P(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 2 = 0 \quad \text{よって, } P(x) \text{ は } x-1 \text{ を因数にもち}$$

$$P(x) = (x-1)(x^2 - 2x - 2)$$

$$P(x) = 0 \text{ から } x-1=0 \text{ または } x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\text{したがって } x = 1, 1 \pm \sqrt{3}$$

(4)  $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 4$  とすると

$$P(2) = 2 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^2 - 4 = 0 \quad \text{よって, } P(x) \text{ は } x-2 \text{ を因数にもち}$$

$$P(x) = (x-2)(2x^2 + x + 2) \quad P(x) = 0 \text{ から}$$

$$x-2=0 \text{ または } 2x^2 + x + 2 = 0 \quad \text{したがって } x = 2, \frac{-1 \pm \sqrt{15}i}{4}$$

解説

練習 28  $1+i$  がこの方程式の解であるから

$$(1+i)^3 + (1+i)^2 + a(1+i) + b = 0$$

$$\text{整理して } (a+b-2) + (a+4)i = 0$$

$$a+b-2, a+4 \text{ は実数であるから } a+b-2=0, a+4=0$$

$$\text{これを解くと } a = -4, b = 6$$

$$\text{このとき, 方程式は } x^3 + x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$\text{左辺を因数分解すると } (x+3)(x^2 - 2x + 2) = 0$$

$$\text{したがって } x = -3, 1 \pm i$$

$$\text{よって } a = -4, b = 6, \text{ 他の解は } -3, 1+i$$