

## 空間ベクトル 練習の解答 11～12

[311新編 数学B 練習11]

3点  $A(6, 7, -8)$ ,  $B(5, 5, -6)$ ,  $C(6, 4, -2)$  を頂点とする  $\triangle ABC$  において、 $\angle ABC$  の大きさを求めよ。

$$\overrightarrow{BA} = (6-5, 7-5, -8-(-6)) = (1, 2, -2),$$

$$\overrightarrow{BC} = (6-5, 4-5, -2-(-6)) = (1, -1, 4)$$

であるから

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 1 \times 1 + 2 \times (-1) + (-2) \times 4 = -9$$

$$|\overrightarrow{BA}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 4^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

よって 
$$\cos \angle ABC = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| |\overrightarrow{BC}|} = \frac{-9}{3 \times 3\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$0^\circ \leq \angle ABC \leq 180^\circ$  であるから

$$\angle ABC = 135^\circ$$

# 空間 ベクトル 練習の解答 11 ~ 12

[311新編 数学B 練習12]

2つのベクトル  $\vec{a}=(2, 0, -1)$ ,  $\vec{b}=(1, 3, -2)$  の両方に垂直で、大きさが  $\sqrt{6}$  のベクトル  $\vec{p}$  を求めよ。

$\vec{p}=(x, y, z)$  とする。

$$\vec{a} \perp \vec{p} \text{ より } \vec{a} \cdot \vec{p} = 0 \text{ であるから } \quad 2x - z = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\vec{b} \perp \vec{p} \text{ より } \vec{b} \cdot \vec{p} = 0 \text{ であるから } \quad x + 3y - 2z = 0 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$|\vec{p}|^2 = (\sqrt{6})^2 \text{ であるから } \quad x^2 + y^2 + z^2 = (\sqrt{6})^2 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ から, } y, z \text{ を } x \text{ で表すと } \quad y = x, \quad z = 2x$$

$$\text{これらを } \textcircled{3} \text{ に代入すると } \quad x^2 + x^2 + (2x)^2 = (\sqrt{6})^2$$

$$\text{整理すると } \quad 6x^2 = 6 \quad \text{すなわち } \quad x = \pm 1$$

$$x = 1 \text{ のとき } \quad y = 1, \quad z = 2$$

$$x = -1 \text{ のとき } \quad y = -1, \quad z = -2$$

$$\text{したがって } \quad \vec{p} = (1, 1, 2), (-1, -1, -2)$$