6年1組文系数学演習課題【三角関数：応用】

1 $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ の範囲で $\sin 4\theta=\cos\theta$ ……① を満たす θ の値を求めよう。

一般に，すべての x について $\cos x=\sin\left(\boxed{ア}-x\right)$ である。$\boxed{ア}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ② のうちから一つ選べ。

⓪ π　　① $\dfrac{\pi}{2}$　　② $-\dfrac{\pi}{2}$

したがって，① が成り立つとき，$\sin 4\theta=\sin\left(\boxed{ア}-\theta\right)$ となり，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ の範囲で 4θ，$\boxed{ア}-\theta$ のとり得る値の範囲を考えれば，$4\theta=\boxed{ア}-\theta$ または $4\theta=\pi-\left(\boxed{ア}-\theta\right)$ となる。

よって，① を満たす θ は $\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{イ}}$ または $\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{ウエ}}$ である。

2 $0\leqq\alpha\leqq\dfrac{\pi}{2}$，$0\leqq\beta\leqq\pi$ として，$\sin\alpha=\cos 2\beta$ を満たす β について考えよう。

例えば，$\alpha=\dfrac{\pi}{6}$ のとき，β のとり得る値は $\dfrac{\pi}{\boxed{ア}}$ と $\dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ア}}\pi$ の二つである。このように，α の各値に対して，β のとり得る値は二つある。それらを β_1，β_2 $(\beta_1<\beta_2)$ とする。

β_1，β_2 を α を用いて表すと $\beta_1=\dfrac{\pi}{\boxed{ウ}}-\dfrac{\alpha}{\boxed{エ}}$，$\beta_2=\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{ウ}}\pi+\dfrac{\alpha}{\boxed{エ}}$ となる。

このとき，$\alpha+\dfrac{\beta_1}{2}+\dfrac{\beta_2}{3}$ のとり得る値の範囲は $\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}\pi\leqq\alpha+\dfrac{\beta_1}{2}+\dfrac{\beta_2}{3}\leqq\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}\pi$ であるから，$y=\sin\left(\alpha+\dfrac{\beta_1}{2}+\dfrac{\beta_2}{3}\right)$ が最大となる α の値は $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サシ}}\pi$ である。

3 $0\leqq\theta<2\pi$ において，$f(\theta)=2\sin 2\theta-2\cos 2\theta$ とする。

方程式 $f(\theta)=\sqrt{6}$ の解は，小さい順に $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}\pi$，$\dfrac{\boxed{エオ}}{\boxed{カキ}}\pi$，$\dfrac{\boxed{クケ}}{\boxed{コサ}}\pi$，$\dfrac{\boxed{シス}}{\boxed{セソ}}\pi$ である。また，不等式 $f(\theta)<0$ の解は $\boxed{タ}\leqq\theta<\dfrac{\pi}{\boxed{チ}}$，$\dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}\pi<\theta<\dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}\pi$，$\dfrac{\boxed{ニヌ}}{\boxed{ネ}}\pi<\theta<\boxed{ノ}\pi$ である。

4 $0\leqq\theta<2\pi$ において，$f(\theta)=-\sqrt{3}\sin\dfrac{\theta}{2}+\cos\dfrac{\theta}{2}$ とすると，方程式 $f(\theta)=0$ の解は $\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{ア}}$ であり，不等式 $f(\theta)\geqq-\sqrt{2}$ の解は $\boxed{イ}\leqq\theta\leqq\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\pi$，$\dfrac{\boxed{オカ}}{\boxed{キ}}\pi\leqq\theta<\boxed{ク}\pi$ である。

6年1組文系数学演習課題【三角関数：応用】

$\boxed{5}$ $0 \leqq \theta < 2\pi$ とし，$f(\theta) = \cos^2\theta + \cos\theta - 1$ とする。

関数 $f(\theta)$ の最大値は $\boxed{ア}$，最小値は $\dfrac{\boxed{イウ}}{\boxed{エ}}$ である。

次に，a を定数として，方程式 $f(\theta) = a$ を考える。$a = 0$ のとき，この方程式は $\boxed{オ}$ 個の解をもつ。また，方程式が 4 つの解をもつような a の値の範囲は

$\dfrac{\boxed{カキ}}{\boxed{ク}} < a < \boxed{ケコ}$ である。

$\boxed{6}$ a を実数とし，関数 $F(x) = a\sin\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right) + a\sin\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) - 2\sin^2 x$ を考える。

ただし，$0 \leqq x \leqq \pi$ とする。$0 < a \leqq 2$ のとき，$F(x)$ は $\sin x = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}a$ のとき最大値

$m = \dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}a^{\boxed{オ}}$ をとる。また，$F(x)$ の最小値は $\boxed{カ} - \boxed{キ}$ である。

定数 b を $0 < b < m$ を満たすようにとるとき，x に関する方程式 $F(x) = b$ の解は

$\boxed{ク}$ 個ある。

$\boxed{7}$ $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$y = 2\sin\theta\cos\theta - 2\sin\theta - 2\cos\theta - 3$ とする。

$x = \sin\theta + \cos\theta$ とおくと，y は x の関数 $y = x^{\boxed{ア}} - \boxed{イ}x - \boxed{ウ}$ となる。

$x = \sqrt{\boxed{エ}}\sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{\boxed{オ}}\right)$ であるから，x の値の範囲は

$-\sqrt{\boxed{カ}} \leqq x \leqq \sqrt{\boxed{キ}}$ である。したがって，y は $\theta = \dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}\pi$ のとき最大値

$\boxed{コ}\left(\sqrt{\boxed{サ}} - \boxed{シ}\right)$ をとる。また，y の最小値は $\boxed{スセ}$ である。

$\boxed{8}$ $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ のとき，$y = 8\sqrt{3}\cos^2\theta + 6\sin\theta\cos\theta + 2\sqrt{3}\sin^2\theta$ は

$y = \boxed{ア}\sin\left(\boxed{イ}\theta + \dfrac{\pi}{\boxed{ウ}}\right) + \boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}$ となるから $\theta = \dfrac{\pi}{\boxed{カキ}}$ のとき

最大値 $\boxed{ク} + \boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}}$ をとり，$\theta = \dfrac{\pi}{\boxed{サ}}$ のとき最小値 $\boxed{シ}\sqrt{\boxed{ス}}$ を

とる。