

1 次の式を展開せよ。

(1)  $(2x-7y)^2$

(2)  $(2p+3q)(5p-11q)$

2 次の式を因数分解せよ。

(1)  $36a^2-100b^2$

(2)  $(x^2+2x)^2-2(x^2+2x)-3$

3 次の式を計算せよ。

(1)  $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$

(2)  $\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}+\frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$

4 不等式  $-\frac{1}{5}(18+x) \leq -\frac{1}{3}x + \frac{1}{10}$  を満たす自然数  $x$  の個数を求めよ。

5  $x, y$  は実数とする。次の  $\square$  の中は、「必要条件であるが十分条件ではない」、「十分条件であるが必要条件ではない」、「必要十分条件である」のうち、それぞれどれが適するか。

(1)  $x^2=5$  は  $x$  が無理数であるための  $\square$ 。

(2)  $x+y>3$  は、「 $x>5$  かつ  $y>-2$ 」であるための  $\square$ 。

(3)  $|x+1|=2$  は  $(x-1)(x+3)=0$  であるための  $\square$ 。

### 第3章 2次関数

6 次の2次関数のグラフをかけ。また、その軸と頂点を求めよ。

(1)  $y=x^2-2x-3$

(2)  $y=-3x^2+15x-18$

7 (1) 2次関数  $y=2x^2-4x+3$  のグラフを、 $x$  軸方向に  $-3$ 、 $y$  軸方向に  $2$  だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。

(2) 2次関数  $y=x^2+6x-5$  のグラフの、 $x$  軸、 $y$  軸、原点それぞれに関する対称移動後の放物線の方程式を求めよ。

8 (1) 次の関数の最大値、最小値を求めよ。

$$y=-x^2+6x-4 \quad (-1 \leq x \leq 4)$$

(2)  $a$  は正の定数とする。次の関数の最小値を求めよ。

$$y=x^2-4x+5 \quad (0 \leq x \leq a)$$

9 次の不等式を解け。

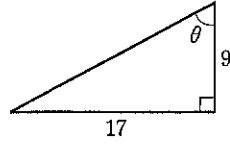
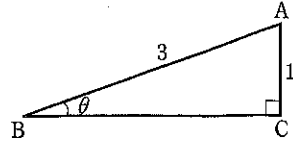
(1)  $10x^2+3 \geq 11x$

(2)  $2x-3 \leq x^2-2x < 15$

第4章 図形と計量

※以下の問題では、必要に応じて巻末の三角比の表を用いてもよい。

- 10 (1) 次の図において、 $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$ ,  $\tan \theta$  の値をそれぞれ求めよ。  
 (2) 次の図における  $\theta$  のおよその値を求めよ。



- 11 木の根もとから 8 m 離れた地点に立って、木の先端を見上げた角を測ると  $40^\circ$  であった。目の高さを 1.6 m として、木の高さを求めよ。ただし、小数第 2 位を四捨五入せよ。

- 12  $\theta$  は鈍角とする。 $\sin \theta = \frac{4}{5}$  のとき、 $\cos \theta$ ,  $\tan \theta$  の値を求めよ。

- 13 次のような  $\triangle ABC$  において、指定されたものを求めよ。

(1)  $a = 2\sqrt{3}$ ,  $c = 5$ ,  $B = 30^\circ$  のとき  $b$

(2)  $c = 10$ ,  $A = 30^\circ$ ,  $B = 15^\circ$  のとき  $a$  と外接円の半径  $R$

- 14  $\triangle ABC$  において、3 辺の長さが  $a = 11$ ,  $b = 8$ ,  $c = 9$  であるとき、次のものを求めよ。

(1)  $\cos A$  の値

(2) 面積  $S$

## 第1章 場合の数と確率

16 (1) 1枚の硬貨を繰り返し投げ、3回表が出るか、2回裏が出るまで続けるとすると、投げるのをやめるまでの出方は何通りあるか。

(2) 10円硬貨4枚、100円硬貨4枚、500円硬貨2枚を全部または一部使って、ちょうど支払うことができる金額は何通りあるか。

17 (1) 8人が円卓の席に座るとき、座り方の方法は何通りあるか。

(2) 正十角形の頂点のうち3点を結んで三角形を作るとき、三角形は何個作れるか。

(3) 男子4人と女子2人が1列に並ぶとき、女子2人が隣り合う並び方は何通りあるか。

18 2個のさいころを同時に投げるとき、次の場合の確率を求めよ。

(1) 目の和が9になる。

(2) 目の積が16以上になる。

19 1個のさいころを5回投げるとき、3の倍数の目がちょうど3回出る確率を求めよ。

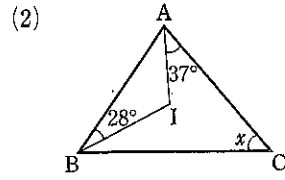
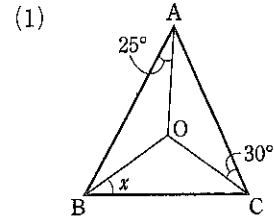
20 赤玉5個と白玉3個が入った袋から、玉を1個ずつ2個取り出す。ただし、取り出した玉はもとにもどさない。

(1) 1個目に赤玉が出たとき、2個目に赤玉が出る条件付き確率を求めよ。

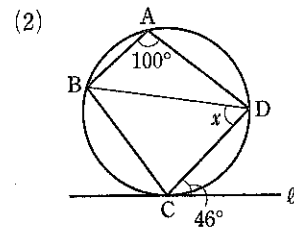
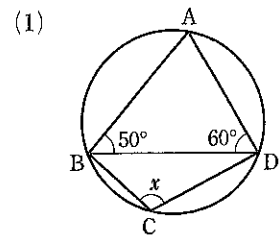
(2) 2個目に赤玉が出る確率を求めよ。

第2章 図形の性質

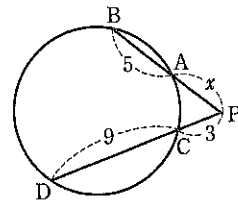
21 次の図において、点O, Iはそれぞれ△ABCの外心, 内心である。xを求めよ。



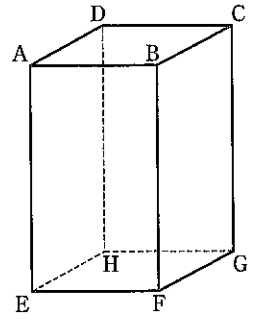
22 次の図において、xを求めよ。ただし、(2)において、直線ℓは円の接線で、点Cは接点である。



23 右の図において、xを求めよ。



24 底面 ABCD と EFGH が長方形でない合同な平行四辺形であり、側面がすべて長方形であるような直角柱 ABCD-EFGH について、次の辺や面をすべてあげよ。



(1) 辺 BC と平行な辺

(2) 辺 BC と垂直な辺

(3) 辺 BC と平行な面

(4) 辺 BC とねじれの位置にある辺

25 次の多面体の面の数, 頂点の数, 辺の数をそれぞれ求めよ。

(1) 立方体

(2) 五角錐

(3) 正十二面体

第3章 整数の性質

26 (1) 280 を素因数分解せよ。

(2)  $\sqrt{280n}$  が自然数になるような最小の自然数  $n$  を求めよ。

27 (1) 60, 168 の最大公約数, 最小公倍数を求めよ。

(2) 1829 と 413 の最大公約数を, 互除法を用いて求めよ。

28  $a, b$  は整数とする。 $a$  を 6 で割ると 5 余り,  $b$  を 6 で割ると 4 余る。次の数を 6 で割ったときの余りを求めよ。

(1)  $a+2b$

(2)  $ab$

29 方程式  $3x+7y=1$  の整数解をすべて求めよ。

30 (1) 次の  $^r \square, ^1 \square, ^\nu \square$  に当てはまる整数を求めよ。  
 $xy+7x-3y=(x-^r \square)(y+^1 \square)+^\nu \square$

(2) 次の等式を満たす整数  $x, y$  の組をすべて求めよ。

$$xy+7x-3y=16$$

31 10 進数 123 を, 次の表し方で表せ。

(1) 2 進法

(2) 3 進法

(3) 7 進法

1. Kさんは、計算力強化のために計算問題を解く計画を立てた。1日に6題ずつ予定した日数で解くと、目標としている問題数には28題不足する。1日に13題ずつ解くと、予定した日数はかかるが最後の日の途中で目標としている問題数に達する。1次不等式を利用して、Kさんが目標としている問題数を求めよ。

2. 次の単語群に挙げる単語を使って、 $p$ は $q$ であるための十分条件であるが、必要条件ではないような命題を「 $p$ ならば $q$ である」という形で5つ以上かけ。単語は同じものを何度使ってもよく、一度も使わないものがあるもよい。ただし、条件 $p$ 、 $q$ の中には単語群の単語をそれぞれ1つ以上使うものとする。

【単語群】

奇数 偶数 合同 実数 正三角形 整数 正方形 相似 素数  
 台形 長方形 直角三角形 直角二等辺三角形 二等辺三角形  
 倍数 ひし形 平行四辺形 無理数 有理数

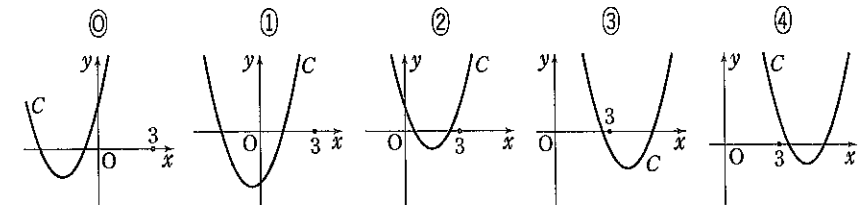
3.  $a$ を定数として、 $x$ の関数  $f(x) = x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 2a$  を考える。

(1)  $f(x)$ が因数分解できることに注意して、不等式  $f(x) \leq 0$  の解が  $0 \leq x \leq 3$  の範囲に含まれるような  $a$  の値の範囲を求めよ。

(2) 次の  $a$  に関する【条件】について考える。

【条件】 不等式  $f(x) \leq 1$  の解が  $0 \leq x \leq 3$  の範囲に含まれる。

(i)  $a$ が【条件】を満たすとき、次の図のうち正しいものを1つ選べ。ただし、 $C$ は  $y=f(x)$  のグラフを  $y$  軸方向に  $-1$  だけ平行移動したものである。



(ii) 【条件】を満たすような  $a$  の値の範囲を求めよ。

4.  $\triangle ABC$  の面積  $S$  は、1 辺の長さ  $a$  とその両端の角  $B, C$  を用いて表すことができる。  
 まず、 $\triangle ABC$  が鋭角三角形の場合を考えよう。頂点  $A$  から直線  $BC$  に垂線  $AH$  を引くと

$$BH = \frac{AH}{\tan B} \dots\dots ①, \quad CH = \frac{AH}{\tan C} \dots\dots ②$$

$$BC \text{ を } BH, CH \text{ を用いて表すと } BC = BH + CH \dots\dots ③$$

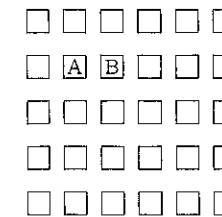
よって、 $\triangle ABC$  の面積  $S$  を  $a, B, C$  を用いて表すと  $S = \square$  となる。

(1)  $\square$  に当てはまる式を答えよ。

(2)  $C$  が鈍角のときには、①～③の式のうち、修正が必要なものがある。  
 修正が必要な番号についてのみ、修正した式をそれぞれ答えよ。

5. Aさんのクラスでは、くじ引きで席替えを行うことになった。Aさんのクラスの人数は30人で、座席は右の図のように、縦の列に5人ずつ、横の列に6人ずつ並んでいる。

【教卓】



(1) Aさんが席替え前と同じ席になる確率を求めよ。

(2) AさんとBさんは、席替え後に隣どうしになることを、お互いに希望している。2人はこの希望がかなう確率を、別々に求めてみた。

(i) Aさんは、まず隣どうしとなる席の組合せの数を調べた。最前列の6席で、隣どうしとなる席の組合せは<sup>7</sup> $\square$ 通りあるから、30席全体で、隣どうしとなる席の組合せは<sup>1</sup> $\square$ 通りある。

Aさんの方法で、AさんとBさんが隣どうしになる確率を求めよ。

(ii) 一方、Bさんは、次の2通りに場合を分けて考えることにした。

[1] Aさんが左端または右端の席に座る場合

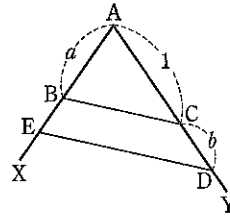
[2] Aさんが[1]以外の席に座る場合

Bさんの方法で、AさんとBさんが隣どうしになる確率を求めよ。

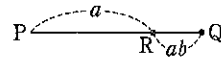


6. 長さ  $1$ ,  $a$ ,  $b$  の線分が与えられたとき, 長さ  $a\sqrt{b}$  の線分を作図することを考える。

- (1) まず, 長さ  $ab$  の線分を作図する。右の図のように, 半直線  $AX$ ,  $AY$  上に  $AB=a$ ,  $AC=1$ ,  $CD=b$  となるように点  $B$ ,  $C$ ,  $D$  をとり, 点  $D$  を通り  $BC$  に平行な直線と半直線  $AX$  の交点を  $E$  とすると,  $BE=ab$  である。この理由を述べよ。



- (2) (1) で得られた長さ  $ab$  の線分を使って, 右の図のように線分  $PQ$  をかいた。この図を使って, 長さ  $a\sqrt{b}$  の線分を作図する手順を説明せよ。



7. 次のように, スイッチを押す度にある規則に従って点灯と消灯を繰り返す装置がある。

最初	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	5 回目	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>
1 回目	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	6 回目	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>
2 回目	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	7 回目	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>
3 回目	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	8 回目	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>
4 回目	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	.....	

ただし,  は点灯,  は消灯している状態をそれぞれ表すものとする。

- (1) 最初の状態からスイッチを何回押すと  の状態になるか答えよ。

- (2) 最初の状態から 48 回スイッチを押すとどのような状態になるか, その状態を表す図をかけ。

- (3) 最初の状態から 60 回スイッチを押すとき, 右から 1 番目が消灯し, 2 番目が点灯している状態になるのは何回あるか答えよ。