6−2文系数学　5／11(月)･12(火)　演習プリント　解答･解説

(　　)番　名前(　　　　　　　　　　　)

1

次の２次方程式を解け。

(1)　$3x^2-7x-6=0$　　(2)　$4x^2+12x+9=0$

(3)　$x^2+3x-1=0$　　(4)　$3x(x-2)=1$

解説

(1)　左辺を因数分解して　$(x-3)(3x+2)=0$　　よって　$x=3,\ -\dfrac{2}{3}$

(2)　左辺を因数分解して　$(2x+3)^2=0$　　よって　$x=-\dfrac{3}{2}$

(3)　$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot1\cdot(-1)}}{2\cdot1}=\dfrac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$

(4)　展開して整理すると　$3x^2-6x-1=0$

よって　$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-3\cdot(-1)}}{3}=\dfrac{3\pm2\sqrt{3}}{3}$

2

次の２次不等式を解け。

(1)　$(x-2)(x-5)>0$　　(2)　$(x+5)(x+3)\leqq0$

(3)　$(x+3)(x-3)<0$　　(4)　$(x-3)x\geqq0$

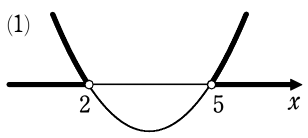
(5)　$x^2-x-2<0$　　(6)　$x^2-7x+12\geqq0$

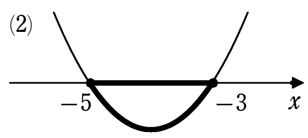
(7)　$x^2+2x\leqq0$　　(8)　$x^2>16$

解説

(1)　$(x-2)(x-5)>0$ の解は　$x<2,\ 5<x$

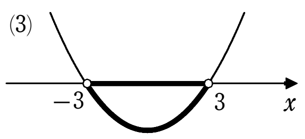
(2)　$(x+5)(x+3)\leqq0$ の解は　$-5\leqq x\leqq-3$

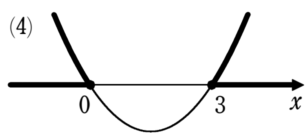




(3)　$(x+3)(x-3)<0$ の解は　$-3<x<3$

(4)　$(x-3)x\geqq0$ の解は　$x\leqq0,\ 3\leqq x$



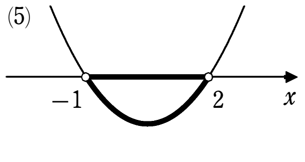


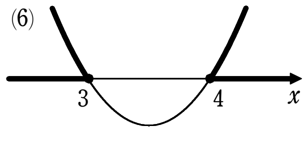
(5)　$x^2-x-2<0$ から　$(x+1)(x-2)<0$

この２次不等式の解は　$-1<x<2$

(6)　$x^2-7x+12\geqq0$ から　$(x-3)(x-4)\geqq0$

この２次不等式の解は　$x\leqq3,\ 4\leqq x$



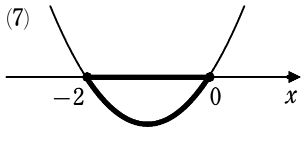


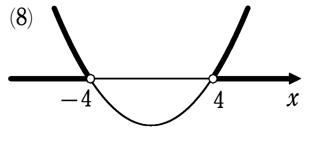
(7)　$x^2+2x\leqq0$ から　$(x+2)x\leqq0$

この２次不等式の解は　$-2\leqq x\leqq0$

(8)　$x^2>16$ から　$x^2-16>0$　　すなわち　$(x+4)(x-4)>0$

この２次不等式の解は　$x<-4,\ 4<x$





3

次の２次不等式を解け。

(1)　$3x^2-7x+2\leqq0$　　(2)　$(x-6)(x-4)\geqq25$

(3)　$x^2\leqq8x-16$　　(4)　$x>(x+1)^2$

解説

(1)　左辺を因数分解すると　$(3x-1)(x-2)\leqq0$

よって　$\dfrac{1}{3}\leqq x\leqq2$

(2)　左辺を展開すると　$x^2-10x+24\geqq25$

整理すると　$x^2-10x-1\geqq0$

$x^2-10x-1=0$ を解くと　$x=5\pm\sqrt{26}$

よって　$x\leqq5-\sqrt{26},\ 5+\sqrt{26}\leqq x$

(3)　整理すると　$x^2-8x+16\leqq0$

左辺を因数分解すると　$(x-4)^2\leqq0$

よって　$x=4$

(4)　右辺を展開すると　$x>x^2+2x+1$

整理すると　$-x^2-x-1>0$

すなわち　$x^2+x+1<0$

２次方程式 $x^2+x+1=0$ の判別式を D とすると

$D=1^2-4\cdot1\cdot1=-3<0$

よって，この２次不等式の解は　ない

4

次の２次不等式を解け。

(1)　$2x^2-5x-3\geqq0$　　(2)　$x^2-2x-2<0$

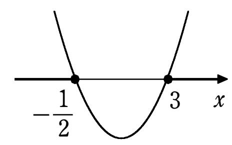
解説

(1)　$2x^2-5x-3=0$ を解くと

$x=-\dfrac{1}{2},\ 3$

よって，この２次不等式の解は

$x\leqq-\dfrac{1}{2},\ 3\leqq x$

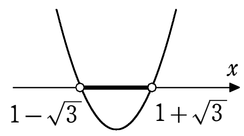


(2)　$x^2-2x-2=0$ を解くと

$x=1\pm\sqrt{3}$

よって，この２次不等式の解は

$1-\sqrt{3}<x<1+\sqrt{3}$



5

次の２次不等式を解け。

$-x^2+4x+1\leqq0$

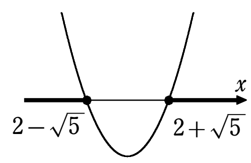
解説

両辺に -1 を掛けると　$x^2-4x-1\geqq0$

$x^2-4x-1=0$ を解くと　$x=2\pm\sqrt{5}$

よって，この２次不等式の解は

$x\leqq2-\sqrt{5},\ 2+\sqrt{5}\leqq x$



6

次の連立不等式を解け。

$$\begin{cases} x^2-4>0 \\ x^2-3x-4\leqq0 \end{cases}$$

解説

$x^2-4>0$ から　$(x+2)(x-2)>0$

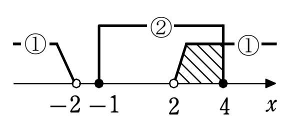
よって　$x<-2,\ 2<x$　……①

$x^2-3x-4\leqq0$ から　$(x+1)(x-4)\leqq0$

よって　$-1\leqq x\leqq4$　……②

① と ② の共通範囲を求めて

$2<x\leqq4$



$\boxed{7}$

次の連立不等式を解け。

$$\begin{cases} x^2-3x+2 \geqq 0 \\ x^2-3x-10<0 \end{cases}$$

解説

$x^2-3x+2 \geqq 0$ から　　$(x-2)(x-1) \geqq 0$

よって　　$x \leqq 1,\ 2 \leqq x$　…… ①

$x^2-3x-10<0$ から　　$(x+2)(x-5)<0$

よって　　$-2<x<5$　…… ②

①，② の共通範囲を求めて　　$-2<x \leqq 1,\ 2 \leqq x<5$

$\boxed{8}$

次の不等式を解け。

(1)　$-2 \leqq x^2+3x \leqq 4$　　　　(2)　$10<x^2+3x \leqq 2x+12$

解説

(1)　$-2 \leqq x^2+3x \leqq 4$ から

$$\begin{cases} -2 \leqq x^2+3x & \cdots\cdots ① \\ x^2+3x \leqq 4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

① から　　$x^2+3x+2 \geqq 0$　すなわち　$(x+2)(x+1) \geqq 0$

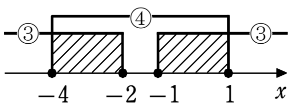
よって　　$x \leqq -2,\ -1 \leqq x$　…… ③

② から　　$x^2+3x-4 \leqq 0$　すなわち　$(x+4)(x-1) \leqq 0$

よって　　$-4 \leqq x \leqq 1$　　…… ④

③ と ④ の共通範囲を求めて

$-4 \leqq x \leqq -2,\ -1 \leqq x \leqq 1$



(2)　$10<x^2+3x \leqq 2x+12$ から

$$\begin{cases} 10<x^2+3x & \cdots\cdots ① \\ x^2+3x \leqq 2x+12 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

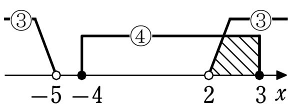
① から　　$x^2+3x-10>0$　すなわち　$(x+5)(x-2)>0$

よって　　$x<-5,\ 2<x$　…… ③

② から　　$x^2+x-12 \leqq 0$　すなわち　$(x+4)(x-3) \leqq 0$

よって　　$-4 \leqq x \leqq 3$　　…… ④

③ と ④ の共通範囲を求めて　　$2<x \leqq 3$



$\boxed{9}$

2 次方程式 $2x^2+2mx+1=0$ が実数解をもつとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

解説

この 2 次方程式の判別式を D とすると

$D=(2m)^2-4 \cdot 2 \cdot 1=4(m^2-2)$

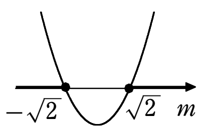
2 次方程式が実数解をもつのは $D \geqq 0$ のときであるから

$m^2-2 \geqq 0$

$m^2-2=0$ を解くと　$m=\pm\sqrt{2}$

よって，求める m の値の範囲は

$m \leqq -\sqrt{2},\ \sqrt{2} \leqq m$



$\boxed{10}$

次の 2 次不等式を満たす整数 x をすべて求めよ。

(1)　$2x^2+x-6<0$　　　　(2)　$4x-2 \geqq x^2$

解説

(1)　$(x+2)(2x-3)<0$ より　　$-2<x<\dfrac{3}{2}$

この不等式を満たす整数 x は　　$-1,\ 0,\ 1$

(2)　式を整理すると　　$x^2-4x+2 \leqq 0$

$x^2-4x+2=0$ を解くと　　$x=2\pm\sqrt{2}$

よって，この 2 次不等式の解は　　$2-\sqrt{2} \leqq x \leqq 2+\sqrt{2}$

$\sqrt{2}=1.4\cdots$ であるから，整数 x の値の範囲は　　$1 \leqq x \leqq 3$

この不等式を満たす整数 x は　　1，2，3

$\boxed{11}$

次の条件を満たすような，定数 m の値の範囲を求めよ。

(1)　2 次関数 $y=2mx^2+x-1$ のグラフが常に x 軸の下側にある。

(2)　2 次不等式 $2x^2-mx+m+6>0$ が常に成り立つ。

解説

(1)　この関数のグラフが常に x 軸の下側にある条件は，グラフが上に凸の放物線で，x 軸と共有点をもたないことである。すなわち，2 次関数の係数について

$2m<0$　かつ　$1^2-4 \cdot 2m \cdot (-1)<0$　…… ①

① から　　$8m+1<0$　　よって　　$m<-\dfrac{1}{8}$

これは $2m<0$ を満たす。

(2)　$y=2x^2-mx+m+6$ …… ①　とおく。

x^2 の係数は正であるから，① のグラフは下に凸の放物線である。

不等式 $2x^2-mx+m+6>0$ が常に成り立つための条件は，① のグラフが常に x 軸より上側にある条件と同じである。

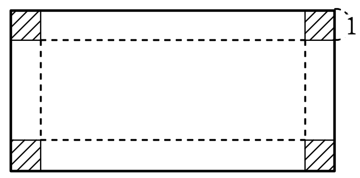
ゆえに，① の係数について　　$(-m)^2-4 \cdot 2 \cdot (m+6)<0$

整理すると　　$m^2-8m-48<0$　　よって　　$(m+4)(m-12)<0$

したがって　　$-4<m<12$

$\boxed{12}$

横の長さが縦の長さの 2 倍である長方形の薄い金属の板がある。この板の四すみから，1 辺の長さが 1 cm の正方形を切り取り，ふたのない直方体の箱を作る。箱の容積を 4 cm^3 以上 24 cm^3 以下にするには，縦の長さをどのような範囲にとればよいか。



解説

長方形の板の縦の長さを x cm とすると，

横の長さは $2x$ cm

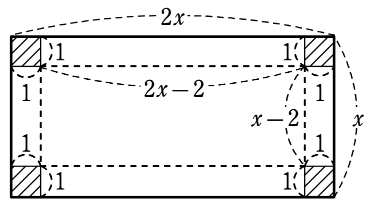
よって，直方体の箱の縦の長さは $x-2$ cm，

横の長さは $(2x-2)$ cm，高さは

1 cm　である。

ここで，$x-2>0$ かつ $2x-2>0$ から

$x>2$　…… ①



単位は cm

このとき，箱の容積は

$(x-2) \cdot (2x-2) \cdot 1=2(x-1)(x-2)$ (cm^3)

箱の容積を 4 cm^3 以上 24 cm^3 以下にするには

$4 \leqq 2(x-1)(x-2) \leqq 24$

$4 \leqq 2(x-1)(x-2)$ から　　$x^2-3x \geqq 0$

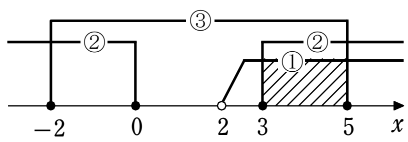
よって　　$x(x-3) \geqq 0$

ゆえに　　$x \leqq 0,\ 3 \leqq x$　…… ②

$2(x-1)(x-2) \leqq 24$ から　　$x^2-3x-10 \leqq 0$

よって　　$(x+2)(x-5) \leqq 0$

ゆえに　　$-2 \leqq x \leqq 5$　　…… ③



① ～ ③ の共通範囲を求めて　　$3 \leqq x \leqq 5$

したがって，縦の長さを 3 cm 以上 5 cm 以下にとればよい。