

1

次のような放物線の方程式を求め、概形をかけ。

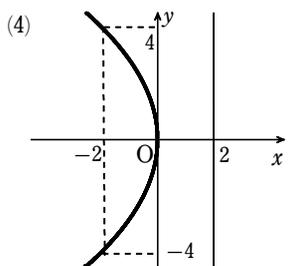
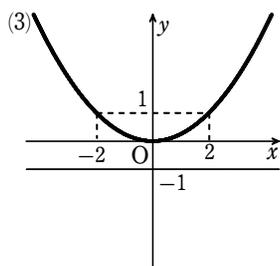
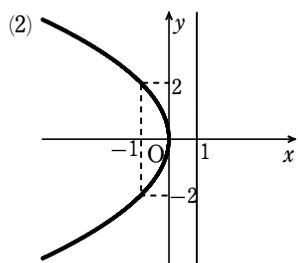
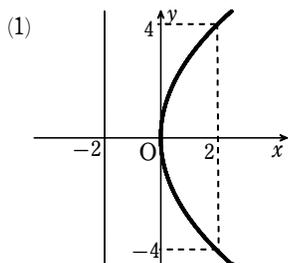
- (1) 焦点が(2, 0), 準線が $x = -2$ (2) 焦点が(-1, 0), 準線が $x = 1$
 (3) 焦点が(0, 1), 準線が $y = -1$ (4) 頂点の座標が原点, 準線が $x = 2$

【解答】 (1) $y^2 = 4 \cdot 2 \cdot x$ すなわち $y^2 = 8x$ [図]

(2) $y^2 = 4 \cdot (-1) \cdot x$ すなわち $y^2 = -4x$ [図]

(3) $x^2 = 4 \cdot 1 \cdot y$ すなわち $y = \frac{1}{4}x^2$ [図]

(4) 焦点は(-2, 0)であるから $y^2 = 4 \cdot (-2) \cdot x$ すなわち $y^2 = -8x$ [図]



2

次の放物線の焦点と準線を求めよ。また、その放物線の概形をかけ。

- (1) $y^2 = x$ (2) $y^2 = -2x$

【解答】 (1) $y^2 = 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot x$ から

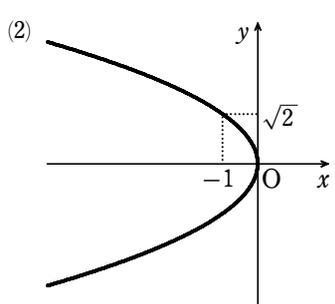
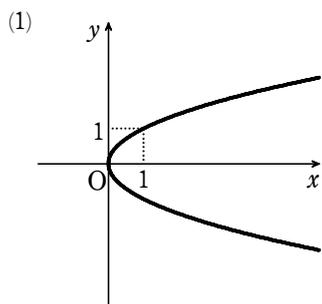
焦点は $(\frac{1}{4}, 0)$, 準線は直線 $x = -\frac{1}{4}$

また、その概形は図のようになる。

(2) $y^2 = 4 \cdot (-\frac{1}{2})x$ から

焦点は $(-\frac{1}{2}, 0)$, 準線は直線 $x = \frac{1}{2}$

また、その概形は図のようになる。



3

(1) 次の放物線の焦点, 準線を求めよ。

- (ア) $y^2 = 2x$ (イ) $y^2 = -12x$ (ウ) $y = -\frac{1}{8}x^2$

(2) 次の条件を満たす放物線の方程式を求めよ。

(エ) 焦点が $(\frac{1}{6}, 0)$, 準線が直線 $x = -\frac{1}{6}$

(オ) 焦点が(0, 4), 準線が直線 $y = -4$

【解答】 (1) 順に (ア) $(\frac{1}{2}, 0), x = -\frac{1}{2}$ (イ) $(-3, 0), x = 3$

(ウ) $(0, -2), y = 2$ (2) (エ) $y^2 = \frac{2}{3}x$ (オ) $x^2 = 16y$

解説

(1) (ア) $y^2 = 4 \cdot \frac{1}{2}x$ から 焦点は $(\frac{1}{2}, 0)$, 準線は直線 $x = -\frac{1}{2}$

(イ) $y^2 = 4 \cdot (-3)x$ から 焦点は $(-3, 0)$, 準線は直線 $x = 3$

(ウ) $x^2 = -8y$ すなわち $x^2 = 4 \cdot (-2)y$ から 焦点は $(0, -2)$, 準線は直線 $y = 2$

(2) (エ) $y^2 = 4px$ に $p = \frac{1}{6}$ を代入して $y^2 = \frac{2}{3}x$

(オ) $x^2 = 4py$ に $p = 4$ を代入して $x^2 = 16y$

4

(1) 放物線 $y^2 = 7x$ の焦点, 準線を求めよ。

(2) 焦点が(0, -1), 準線が直線 $y = 1$ の放物線の方程式を求めよ。

(3) 頂点が原点, 焦点が x 軸上にあり, 点(-2, 2)を通る放物線の方程式を求めよ。

(4) 放物線 $y = 2x^2 - 8x + 5$ の焦点, 準線を, 次の内容を参照して求めよ。

放物線 $y = a(x - m)^2 + n$ ($a \neq 0$) の

焦点は $(m, \frac{1}{4a} + n)$, 準線は直線 $y = -\frac{1}{4a} + n$

【解答】 (1) $(\frac{7}{4}, 0), x = -\frac{7}{4}$ (2) $x^2 = -4y$ (3) $y^2 = -2x$

(4) $(2, -\frac{23}{8}), y = -\frac{25}{8}$

解説

(1) $y^2 = 7x$ を変形して $y^2 = 4 \cdot \frac{7}{4}x$

ゆえに 焦点は $(\frac{7}{4}, 0)$, 準線は直線 $x = -\frac{7}{4}$

(2) 条件から $x^2 = 4 \cdot (-1)y$ すなわち $x^2 = -4y$

(3) 頂点が原点で, 焦点が x 軸上にあるから, 条件を満たす放物線の方程式は $y^2 = ax$ ($a \neq 0$) と表される。

この放物線が点(-2, 2)を通るから $4 = -2a$

ゆえに $a = -2$

よって, 求める方程式は $y^2 = -2x$

(4) $y = 2x^2 - 8x + 5$ を変形して $y = 2(x - 2)^2 - 3$

$y = 2x^2$ を変形して $x^2 = 4 \cdot \frac{1}{8}y$

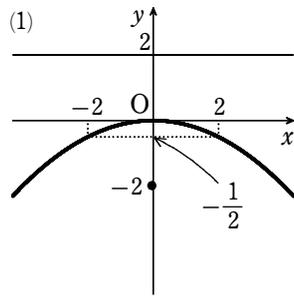
ゆえに, 放物線 $x^2 = 4 \cdot \frac{1}{8}y$ を x 軸方向に 2, y 軸方向に -3 だけ平行移動した放物線

であるから 焦点は $(2, -\frac{23}{8})$, 準線は直線 $y = -\frac{25}{8}$

5

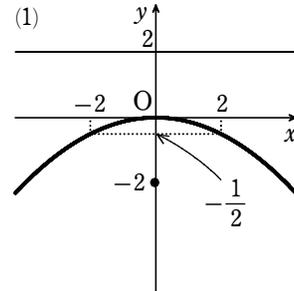
- (1) 放物線 $x^2 = -8y$ の焦点と準線を求め、その概形をかけ。
 (2) 点 $(3, 0)$ を通り、直線 $x = -3$ に接する円の中心の軌跡を求めよ。
 (3) 頂点が原点で、焦点が x 軸上にあり、点 $(9, -6)$ を通る放物線の方程式を求めよ。

【解答】 (1) 焦点 $(0, -2)$, 準線 直線 $y=2$, [図]
 (2) 放物線 $y^2 = 12x$ (3) $y^2 = 4x$



【解説】

- (1) $x^2 = 4 \cdot (-2)y$
 よって、焦点は $(0, -2)$
 準線は 直線 $y=2$
 概形は [図]



- (2) $F(3, 0)$ とする。円の中心を P とし、 P から直線 $x = -3$ に垂線 PH を下ろすと
 $PH = PF$

よって、点 P の軌跡は、点 F を焦点、直線 $x = -3$ を準線とする放物線であるから、その方程式は

$$y^2 = 4 \cdot 3x \quad \text{すなわち} \quad y^2 = 12x$$

ゆえに、求める軌跡は 放物線 $y^2 = 12x$

- (3) 求める放物線の方程式は、 $y^2 = ax$ とおける。

点 $(9, -6)$ を通るから $(-6)^2 = a \cdot 9$

よって $a = 4$ したがって $y^2 = 4x$

