

練習1 正の奇数全体の集合を A とする。次の に適する記号 \in または \notin を入れよ。

- (1) 5 A (2) 6 A (3) -3 A

解答 (1) $5 \in A$ (2) $6 \notin A$ (3) $-3 \notin A$

練習2 次の集合を、要素を書き並べて表せ。

- (1) 12 の正の約数全体の集合 A
 (2) 30 以下の正の奇数全体の集合 B

解答 (1) $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ (2) $B = \{1, 3, 5, 7, \dots, 29\}$

練習3 次の集合を、要素を書き並べて表せ。

- (1) $A = \{x \mid x \text{ は } 20 \text{ 以下の } 3 \text{ の正の倍数}\}$
 (2) $B = \{2n+1 \mid n=0, 1, 2, 3, \dots\}$

解答 (1) $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ (2) $B = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$

練習4 次の2つの集合の関係を、 \subset , \supset , $=$ を使って表せ。

- (1) $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 (2) $C = \{1, 2, 5, 10\}$, 10 の正の約数全体の集合 D
 (3) $P = \{x \mid x \text{ は } 12 \text{ 以下の自然数}\}$, $Q = \{x \mid x \text{ は } 12 \text{ の正の約数}\}$

解答 (1) $A \subset B$ (2) $C = D$ (3) $P \supset Q$

練習5 次の集合の部分集合をすべてあげよ。

- (1) $\{1, 2\}$ (2) $\{a, b, c\}$

解答 (1) $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$
 (2) $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$

練習6 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{1, 3\}$ について、次の集合を求めよ。

- (1) $A \cap B$ (2) $A \cup B$ (3) $B \cap C$ (4) $B \cup C$

解答 (1) $A \cap B = \{2, 4, 6\}$ (2) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 (3) $B \cap C = \emptyset$ (4) $B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$

練習7 $A = \{x \mid 0 < x < 2, x \text{ は実数}\}$, $B = \{x \mid 1 \leq x \leq 4, x \text{ は実数}\}$ について、次の集合を求めよ。

- (1) $A \cap B$ (2) $A \cup B$

解答 (1) $A \cap B = \{x \mid 1 \leq x < 2, x \text{ は実数}\}$ (2) $A \cup B = \{x \mid 0 < x \leq 4, x \text{ は実数}\}$

練習8 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ を全体集合とする。 U の部分集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 6\}$ について、次の集合を求めよ。

- (1) \overline{B} (2) $\overline{A \cap B}$ (3) $\overline{A \cap \overline{B}}$
 (4) $\overline{A \cup \overline{B}}$ (5) $\overline{A \cap B}$ (6) $A \cap \overline{B}$

解答 (1) $\overline{B} = \{1, 2, 4, 5\}$ (2) $\overline{A \cap B} = \{1, 2, 4, 5, 6\}$ (3) $\overline{A \cap \overline{B}} = \{4, 5\}$
 (4) $\overline{A \cup \overline{B}} = \{1, 2, 4, 5, 6\}$ (5) $\overline{A \cap B} = \{6\}$ (6) $A \cap \overline{B} = \{1, 2\}$

練習10 次の命題の真偽を述べよ。

- (1) 数 -1 について $(-1)^2 \geq 0$ である。
 (2) 数 -3 について $\sqrt{(-3)^2} = -3$ である。
 (3) 正三角形は二等辺三角形である。

解答 (1) 真 (2) 偽 (3) 真

練習11 実数全体の集合を R とし、 x は R の要素とする。 x に関する条件「 $x \geq 1$ 」について、 x に次の値を代入して得られる命題の真偽を調べよ。

- (1) $x=2$ (2) $x=-1$ (3) $x=\sqrt{2}$

解答 (1) 真 (2) 偽 (3) 真

練習12 次の2つの条件 p, q について、命題 $p \implies q$ の真偽を、集合を用いて調べよ。

- (1) 実数 x に関する2つの条件 $p: x \leq 2, q: x \leq 4$
 (2) 自然数 m に関する2つの条件
 $p: m$ は12の正の約数, $q: m$ は24の正の約数

解答 (1) 真 (2) 真

練習13 n は自然数とする。次の命題が偽であることを示せ。

n が素数ならば、 n は奇数である。

解答 反例は $n=2$

練習14 a は実数, n は自然数とする。次の に、「必要」、「十分」のうち、適する言葉を入れよ。

- (1) $a > 0$ は、 $a \geq 0$ であるための 条件である。
 (2) n が3の倍数であることは $n=9$ であるための 条件である。

解答 (1) 十分 (2) 必要

練習15 a, b, c は実数とする。次の条件の中で、 $a=b$ と同値な条件をすべて選べ。

- ① $a+c=b+c$ ② $a^2=b^2$ ③ $(a-b)^2=0$

解答 ①, ③

練習16 a, b は実数, m, n は自然数とする。次の に、「必要条件であるが十分条件ではない」、「十分条件であるが必要条件ではない」、「必要十分条件である」のうち、適する言葉を入れよ。

- (1) 四角形 $ABCD$ が長方形であることは、四角形 $ABCD$ の対角線の長さが等しいための 。
 (2) $a \geq b$ は、 $|a-b| = a-b$ であるための 。
 (3) 積 mn が偶数であることは、 m が偶数であるための 。

解答 (1) 十分条件であるが必要条件ではない (2) 必要十分条件である
 (3) 必要条件であるが十分条件ではない

練習17 n は自然数とする。次の条件の否定を述べよ。

- (1) n は偶数である (2) n は5より小さい

解答 (1) n は奇数である (n は偶数でない) (2) n は5以上である

練習18 a, b は実数とする。次の条件の否定を述べよ。

- (1) $a > 0$ かつ $b > 0$ (2) $a=0$ または $b=0$

解答 (1) $a \leq 0$ または $b \leq 0$ (2) $a \neq 0$ かつ $b \neq 0$

練習19 a, b は実数とする。次の条件の否定を述べよ。

- (1) a, b の少なくとも一方は有理数である
 (2) a と b はともに有理数である

解答 (1) a, b はともに無理数である
 (2) a, b の少なくとも一方は無理数である

練習20 a, b は実数とする。次の命題の逆を述べ、その真偽を調べよ。また、その逆、対偶、裏を述べ、それらの真偽を調べよ。

(1) $a > b \implies a - b > 0$ (2) $a = 0 \implies ab = 0$

解答 (1) 「 $a > b \implies a - b > 0$ 」真
逆「 $a - b > 0 \implies a > b$ 」真
対偶「 $a - b \leq 0 \implies a \leq b$ 」真
裏「 $a \leq b \implies a - b \leq 0$ 」真

(2) 「 $a = 0 \implies ab = 0$ 」真
逆「 $ab = 0 \implies a = 0$ 」偽 (反例: $a = 1, b = 0$)
対偶「 $ab \neq 0 \implies a \neq 0$ 」真
裏「 $a \neq 0 \implies ab \neq 0$ 」偽 (反例: $a = 1, b = 0$)

練習21 m, n は自然数とする。次の命題とその対偶の真偽を調べ、それらが一致することを確かめよ。

- (1) m は4の倍数 $\implies m$ は偶数
(2) $m + n$ は偶数 $\implies m$ は偶数 または n は偶数

解答 (1) 「 m は4の倍数 $\implies m$ は偶数」真
対偶「 m は奇数 $\implies m$ は4の倍数ではない」真

(2) 「 $m + n$ は偶数 $\implies m$ は偶数 または n は偶数」偽
(反例: $m = n = 1$)
対偶「 m は奇数 かつ n は奇数 $\implies m + n$ は奇数」偽