

解説

練習 9

$$(1) x = \pm\sqrt{-4} = \pm\sqrt{4}i = \pm 2i \qquad (2) x^2 = -1 \text{ より } x = \pm\sqrt{-1} = \pm i$$

$$(3) 4x^2 = -1 \text{ より } x^2 = -\frac{1}{4} \quad \text{よって } x = \pm\frac{1}{2}i$$

解説

練習 10

$$(1) x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{-7}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

$$(2) x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 1 \cdot 12}}{1} = 2 \pm \sqrt{-8} = 2 \pm 2\sqrt{2}i$$

$$(3) x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5}}{2 \cdot 2} = \frac{-5 \pm \sqrt{-15}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{15}i}{4}$$

$$(4) x = \frac{-(-\sqrt{3}) \pm \sqrt{(-\sqrt{3})^2 - 1 \cdot 4}}{1} = \sqrt{3} \pm \sqrt{-1} = \sqrt{3} \pm i$$

解説

練習 11 2次方程式の判別式を D とする。

$$(1) D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 5 > 0 \quad \text{よって} \quad \text{異なる 2 つの実数解}$$

$$(2) \frac{D}{4} = 2^2 - 2 \cdot 3 = -2 < 0 \quad \text{よって} \quad \text{異なる 2 つの虚数解}$$

$$(3) D = 1^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-1) = -15 < 0 \quad \text{よって} \quad \text{異なる 2 つの虚数解}$$

$$(4) \frac{D}{4} = (-\sqrt{3})^2 - 1 \cdot 3 = 0 \quad \text{よって} \quad \text{重解}$$

解説

練習 1 2 この 2 次方程式の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4} = m^2 - 1 \cdot m = m^2 - m$$

(1) 2 次方程式が実数解をもつのは $D \geq 0$ のときである。

よって $m^2 - m \geq 0$

$$m(m - 1) \geq 0$$

これを解いて $m \leq 0, 1 \leq m$

(2) 2 次方程式が異なる 2 つの虚数解をもつのは $D < 0$ のときである。

よって $m^2 - m < 0$

$$m(m - 1) < 0$$

これを解いて $0 < m < 1$

解説

練習 1 3

(1) この 2 次方程式の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4} = 2^2 - 1 \cdot m = 4 - m$$

よって、2 次方程式の解は次のようになる。

$D > 0$ すなわち $m < 4$ のとき 異なる 2 つの実数解

$D = 0$ すなわち $m = 4$ のとき 重解

$D < 0$ すなわち $m > 4$ のとき 異なる 2 つの虚数解

(2) この 2 次方程式の判別式を D とすると

$$D = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = m^2 - 16 = (m + 4)(m - 4)$$

よって、2 次方程式の解は次のようになる。

$D > 0$ すなわち $m < -4, 4 < m$ のとき 異なる 2 つの実数解

$D = 0$ すなわち $m = -4, 4$ のとき 重解

$D < 0$ すなわち $-4 < m < 4$ のとき 異なる 2 つの虚数解