物理演習プリント　水平•斜方投射　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　）

$\boxed{1}$　ある高さの所から小球を速さ 7.0 m/s で水平に投げ出すと，1.0 秒後に地面に達した。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

⑴　投げ出した点の真下の地面から，小球の落下地点までの水平距離 l〔m〕を求めよ。

⑵　投げ出した点の，地面からの高さ h〔m〕を求めよ。

$\boxed{2}$　地面より 9.8 m の高さから，小球を速さ 4.0 m/s で水平に投げ出した。投げ出した点の真下の地面から，小球の落下地点までの水平距離 l〔m〕を求めよ。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2，$\sqrt{2} = 1.4$ とする。

$\boxed{3}$　地面より 19.6 m の高さから小球を水平に投げ出したところ，小球は水平方向に 3.0 m の距離の地面に落下した。このとき，小球が地面に到達する時間 t〔s〕と，小球の初速度の大きさ v_0〔m/s〕を求めよ。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

$\boxed{4}$　地上の点から小球を，水平方向と角 θ をなす向きに大きさ v_0〔m/s〕の初速度で投げる。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とし，必要があれば $2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta$ を用いよ。

⑴　最高点に達するまでの時間 t_1〔s〕とその高さ h〔m〕を求めよ。

⑵　落下点に達するまでの時間 t_2〔s〕と水平到達距離 l〔m〕を求めよ。

⑶　初速度の大きさを変えずに，角 θ を変えて投げるとき，小球を最も遠くまで投げるための角 θ_0 を求めよ。

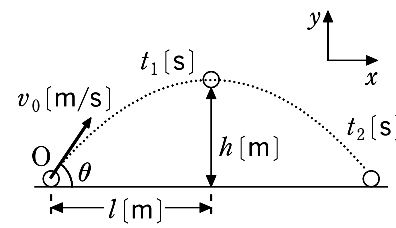
$\boxed{5}$　地上の点から小球を，速さ 24.5 m/s で斜方投射させたところ，4.00 秒後に地面にもどってきた。重力加速度の大きさを 9.80 m/s^2 とする。

⑴　初速度の鉛直成分と水平成分の大きさ v_{0y}，v_{0x}〔m/s〕を求めよ。

⑵　小球が達する最高点の高さ h〔m〕を求めよ。

⑶　小球が地面にもどってきたときの水平到達距離 l〔m〕を求めよ。

$\boxed{6}$　地上の点 O から小球を，水平方向と角度 θ をなす向きに大きさ v_0〔m/s〕の初速度で投げる。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。



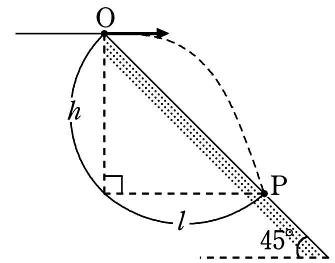
⑴　初速度の水平方向成分 v_x〔m/s〕と鉛直方向成分 v_y〔m/s〕を求めよ。図の向きを正とする。

⑵　小球が最高点に達するまでの時間 t_1〔s〕を求めよ。

⑶　最高点の高さ h〔m〕と，点 O からの水平距離 l〔m〕を求めよ。

⑷　小球が点 O から再び地上にもどってくるまでの時間を t_2〔s〕とすると，t_2 は t_1 の何倍か。

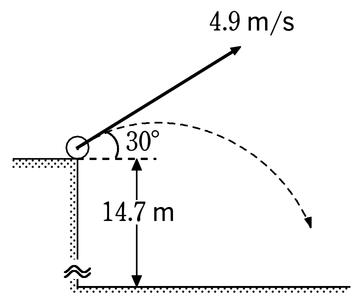
$\boxed{7}$　水平より 45° 傾いた斜面の頂上の点 O から，小球を斜面方向に水平投射させたところ，2.00 秒後に斜面上の点 P に到達した。重力加速度の大きさを 9.80 m/s^2 とする。



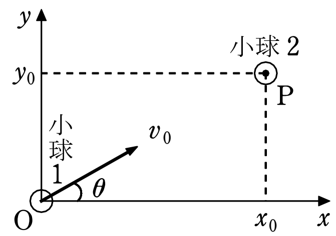
⑴　OP 間の鉛直方向の距離 h〔m〕と水平方向の距離 l〔m〕を求めよ。

⑵　小球の初速度の大きさ v_0〔m/s〕を求めよ。

$\boxed{8}$　図のように，高さ 14.7 m の地点から，小球を水平方向より 30° をなす向きに速さ 4.9 m/s で投げ出した。地面に達するまでの時間 t〔s〕と，水平到達距離 l〔m〕を求めよ。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とし，答えは小数第 1 位まで求めよ。



$\boxed{9}$　図のように，水平方向右向きに x 軸，鉛直方向上向きに y 軸をとる。原点にある小球 1 を，初速度の大きさ v_0〔m/s〕，x 軸の正の向きとなす角 θ で投げ出すと同時に，点 P（x_0〔m〕，y_0〔m〕）にある小球 2 を静かに落下させた（ただし $x_0>0$，$y_0>0$）。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。

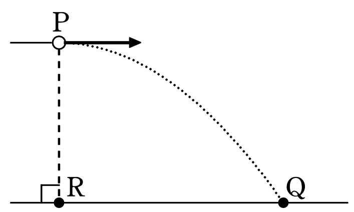


(1)　小球 1 が点 P の真下の点を通過するまでの時間 t〔s〕を求めよ。

(2)　(1) のときの，小球 1 の y 座標 y_1〔m〕と小球 2 の y 座標 y_2〔m〕をそれぞれ求めよ。

(3)　角 θ がある値 θ_0 のとき，小球 1 と小球 2 が衝突したとする。このとき，$\tan\theta_0$ を求めよ。

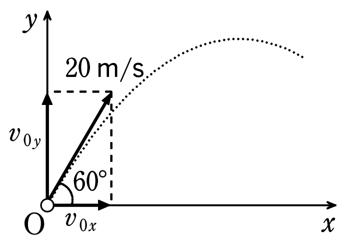
$\boxed{10}$　机の端の点 P から小球を水平に投げ出す。床上の落下点を Q とし，点 P の真下の床上の点を R とする。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



(1)　初速度を 2 倍にすると，落下時間は何倍になるか。

(2)　初速度を 2 倍にすると，QR 間の距離は何倍になるか。

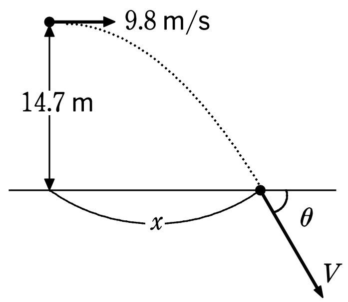
$\boxed{11}$　水平面上の点 O から，水平方向より 60° 上方に初速度 20 m/s で小球を投げた。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



(1)　初速度の水平成分 v_{0x}，鉛直成分 v_{0y} はそれぞれ何 m/s か。

(2)　0.50 秒後の速度の水平成分 v_x，鉛直成分 v_y はそれぞれ何 m/s か。

$\boxed{12}$　地上 14.7 m の高さから小球を水平方向に初速度 9.8 m/s で投げた。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

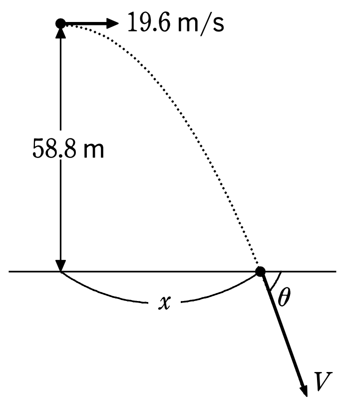


(1)　小球が地面に当たるまでの時間 t〔s〕を求めよ。

(2)　投げた点から地面に当たる点までの水平距離 x〔m〕を求めよ。

(3)　小球が地面に当たるときの速度の大きさ V〔m/s〕と，地面となす角 θ を求めよ。

$\boxed{13}$　地上 58.8 m の高さから小球を水平方向に初速度 19.6 m/s で投げた。重力加速度の大きさを 9.80 m/s^2 とする。

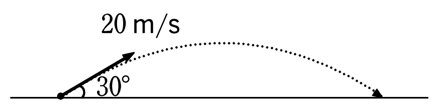


(1)　小球が地面に当たるまでの時間 t〔s〕を求めよ。

(2)　投げた点から地面に当たる点までの水平距離 x〔m〕を求めよ。

(3)　小球が地面に当たるときの速度の大きさ V〔m/s〕と，地面となす角 θ を求めよ。

$\boxed{14}$　地上から水平より 30° 上向きに，初速度 20 m/s で小球を投げ上げた。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

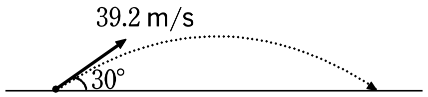


(1)　最高点での小球の速さ v_1〔m/s〕と，最高点に達するまでの時間 t_1〔s〕を求めよ。

(2)　最高点の高さ h〔m〕と，投げた点から最高点までの水平距離 x_1〔m〕を求めよ。

(3)　再び地上にもどるまでの時間 t_2〔s〕と，水平到達距離 x_2〔m〕を求めよ。

15　地上から水平より 30° 上向きに，初速度 39.2 m/s で小球を投げ上げた。重力加速度の大きさを 9.80 m/s^2 とする。

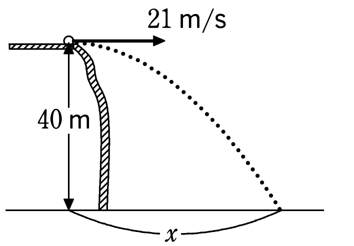


(1)　最高点での小球の速さ v_1〔m/s〕と，最高点に達するまでの時間 t_1〔s〕を求めよ。

(2)　最高点の高さ h〔m〕と，投げた点から最高点までの水平距離 x_1〔m〕を求めよ。

(3)　再び地上にもどるまでの時間 t_2〔s〕と，水平到達距離 x_2〔m〕を求めよ。

16　高さ 40 m のがけの上から，海に向かって小石を水平に速さ 21 m/s で投げ出した。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



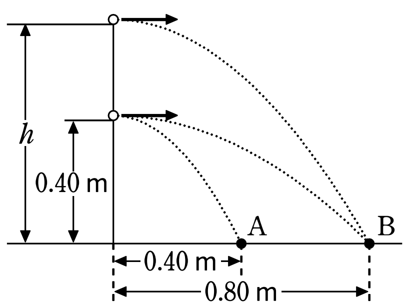
(1)　投げ出してから小石が海面に落下するまでの時間 t〔s〕を求めよ。

(2)　海面に落下するまでに，小石が水平方向に飛んだ距離 x〔m〕を求めよ。

(3)　海面に落下するときの，小石の鉛直方向の速さ v_y〔m/s〕を求めよ。

(4)　海面に落下するときの，小石の速さ v〔m/s〕を求めよ。

17　高さ 0.40 m の机の上から小球を v_0〔m/s〕の速さで水平に投げ出すと，机の端から水平方向に 0.40 m 離れた点 A に落下した。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



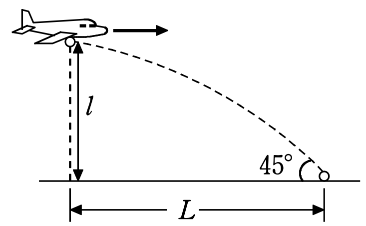
(1)　点 A に達するまでの時間 t〔s〕を求めよ。

(2)　投げ出した速さ v_0〔m/s〕を求めよ。

(3)　点 A より 2 倍離れた点 B に小球を届かせるためには，投げ出す速さを v_0 の何倍にすればよいか。

(4)　(2) と同じ速さ v_0 で水平に投げ出して，点 B に届かせるためには投げ出す高さ h〔m〕をいくらにすればよいか。

18　地上から高さ l の所を一定の速さで水平に飛ぶ飛行機から，物資を静かに投下したら，物資は地面に対して斜め 45° の角度で着地した。重力加速度の大きさを g とする。



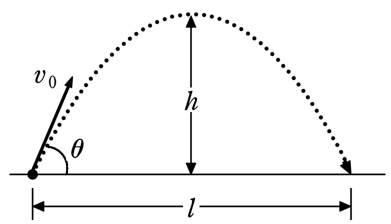
(1)　物資が地上に着くまでの時間 t を求めよ。

(2)　飛行機の速さ v_0 を求めよ。

(3)　物資の投下点と着地点の間の水平距離 L を求めよ。

(4)　飛行機から見た物資の位置と運動について簡単に説明せよ。

19　水平面上で水平面に対して θ の角度で小球を投げ上げた。小球の初速度の大きさを v_0〔m/s〕，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。



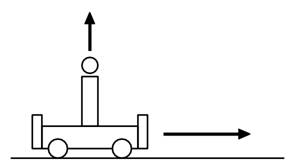
(1)　初速度の水平成分 v_{0x}，鉛直成分 v_{0y} の大きさはそれぞれ何 m/s か。

(2)　小球が最高点に達するまでの時間 t は何秒か。また，最高点の高さ h は何 m か。

(3)　小球が水平面に落下する点までの水平到達距離 l は何 m か。

(4)　角度 θ を何度にとると，(3) の水平到達距離が最大となるか。
　　必要があれば $2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta$ を用いよ。

20　台車の上に発射筒を鉛直に立て，台車を走らせながら，筒からみて小球を真上に発射したら，小球は筒先から 0.90 m の高さまで上がった後，筒の中に落下した。その間に台車は 1.2 m 移動した。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



(1)　台車から見ると，小球の運動はどのように観測されるか。また，床で静止している人から見ると，小球の運動はどのように観測されるか。

(2)　台車に対する小球の初速度の大きさ v は何 m/s か。

(3)　小球が発射されてから筒にもどるまでの時間 t は何秒か。

(4)　台車の速さ V は何 m/s か。

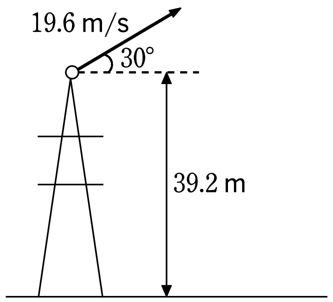
$\boxed{21}$ 　地上 39.2 m の高さの塔の上から，小球を水平から 30° 上方に初速度 19.6 m/s で投げた。重力加速度の大きさを 9.80 m/s^2 とする。

(1)　投げてから最高点に達するまでの時間 t_1 は何秒か。

(2)　最高点の高さ H は地上何 m か。

(3)　投げてから地面に達するまでの時間 t_2 は何秒か。

(4)　小球が地上に落下した点と塔の間の水平距離 l は何 m か。



$\boxed{1}$ 解答 (1)　7.0 m　　(2)　4.9 m

$\boxed{2}$ 解答 5.6 m

$\boxed{3}$ 解答 2.0 s，1.5 m/s

$\boxed{4}$ 解答 (1)　$\dfrac{v_0\sin\theta}{g}$ [s]，$\dfrac{{v_0}^2\sin^2\theta}{2g}$ [m]　　(2)　$\dfrac{2v_0\sin\theta}{g}$ [s]，$\dfrac{{v_0}^2\sin 2\theta}{g}$ [m]

(3)　45°

$\boxed{5}$ 解答 (1)　v_{0y}：19.6 m/s，v_{0x}：14.7 m/s　　(2)　19.6 m　　(3)　58.8 m

$\boxed{6}$ 解答 (1)　v_x：$v_0\cos\theta$ [m/s]，v_y：$v_0\sin\theta$ [m/s]　　(2)　$\dfrac{v_0\sin\theta}{g}$ [s]

(3)　h：$\dfrac{{v_0}^2\sin^2\theta}{2g}$ [m]，l：$\dfrac{{v_0}^2\sin\theta\cos\theta}{g}$ [m]　　(4)　2 倍

$\boxed{7}$ 解答 (1)　h：19.6 m，l：19.6 m　　(2)　9.80 m/s

$\boxed{8}$ 解答 t：2.0 s，l：8.5 m

$\boxed{9}$ 解答 (1)　$\dfrac{x_0}{v_0\cos\theta}$ [s]

(2)　y_1：$\tan\theta\cdot x_0-\dfrac{g{x_0}^2}{2{v_0}^2\cos^2\theta}$ [m]，y_2：$y_0-\dfrac{g{x_0}^2}{2{v_0}^2\cos^2\theta}$ [m]　　(3)　$\dfrac{y_0}{x_0}$

$\boxed{10}$ 解答 (1)　1 倍　　(2)　2 倍

$\boxed{11}$ 解答 (1)　$v_{0x}=10$ m/s，$v_{0y}=17$ m/s　　(2)　$v_x=10$ m/s，$v_y=12$ m/s

$\boxed{12}$ 解答 (1)　1.7 s　　(2)　17 m　　(3)　20 m/s，60°

$\boxed{13}$ 解答 (1)　3.46 s　　(2)　67.9 m　　(3)　39.2 m/s，60°

$\boxed{14}$ 解答 (1)　17 m/s，1.0 s　　(2)　h：5.1 m，x_1：18 m　　(3)　2.0 s，35 m

$\boxed{15}$ 解答 (1)　33.9 m/s，2.00 s　　(2)　h：19.6 m，x_1：67.9 m　　(3)　4.00 s，136 m

$\boxed{16}$ 解答 (1)　2.9 s　　(2)　60 m　　(3)　28 m/s　　(4)　35 m/s

$\boxed{17}$ 解答 (1)　0.29 s　　(2)　1.4 m/s　　(3)　2 倍　　(4)　1.6 m

$\boxed{18}$ 解答 (1)　$\sqrt{\dfrac{2l}{g}}$　　(2)　$\sqrt{2gl}$　　(3)　$2l$

(4)　物資の位置は常に飛行機の真下にあり，飛行機から見ると自由落下しているように見える。

$\boxed{19}$ 解答 (1)　v_{0x}：$v_0\cos\theta$ [m/s]　　v_{0y}：$v_0\sin\theta$ [m/s]

(2)　t：$\dfrac{v_0\sin\theta}{g}$ [s]　　h：$\dfrac{{v_0}^2\sin^2\theta}{2g}$ [m]　　(3)　$\dfrac{{v_0}^2\sin 2\theta}{g}$ [m]　　(4)　45°

$\boxed{20}$ 解答 (1)　台車から見る場合：鉛直投げ上げ，
床で静止している人から見る場合：斜方投射

(2)　4.2 m/s　　(3)　0.86 s　　(4)　1.4 m/s

$\boxed{21}$ 解答 (1)　1.00 s　　(2)　44.1 m　　(3)　4.00 s　　(4)　67.9 m

1 (1)　水平方向は，速さ 7.0 m/s の等速直線運動と同様の運動を行う。

「$x=v_0t$」より　$l=7.0\times1.0=$ **7.0 m**

(2)　鉛直方向は，自由落下と同様の運動を行う。

「$y=\frac{1}{2}gt^2$」より　$h=\frac{1}{2}\times9.8\times1.0^2=$ **4.9 m**

2 　投げ出してから地面に到達するまでの時間を t〔s〕とする。

水平方向は，速さ 4.0 m/s の等速直線運動と同様の運動を行う。「$x=vt$」より

$l=4.0\times t$　　……①

鉛直方向は，自由落下と同様の運動を行う。

「$y=\frac{1}{2}gt^2$」より

$9.8=\frac{1}{2}\times9.8\times t^2$　……②

②式より　$t=\sqrt{2}$ s

これを①式に代入して l が得られる。

$l=4.0\times\sqrt{2}=4.0\times1.4=$ **5.6 m**

3 　鉛直方向は，自由落下と同様の運動を行う。

「$y=\frac{1}{2}gt^2$」より

$19.6=\frac{1}{2}\times9.8\times t^2$

よって　$t=$ **2.0 s**

水平方向は，等速直線運動と同様の運動を行う。

「$x=vt$」より

$3.0=v_0\times2.0$

よって　$v_0=$ **1.5 m/s**

4 (1)　最高点では速度の鉛直成分 (y 成分) が 0 となる。

「$v_y=v_0\sin\theta-gt$」より

$0=v_0\sin\theta-gt_1$

よって　$t_1=\boldsymbol{\frac{v_0\sin\theta}{g}}$〔s〕

「$y=v_0\sin\theta\cdot t-\frac{1}{2}gt^2$」より

$h=v_0\sin\theta\cdot t_1-\frac{1}{2}gt_1{}^2$

$=v_0\sin\theta\cdot\frac{v_0\sin\theta}{g}-\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0\sin\theta}{g}\right)^2=\boldsymbol{\frac{v_0{}^2\sin^2\theta}{2g}}$〔m〕

(2)　落下点では鉛直方向の変位が 0 となる。

「$y=v_0\sin\theta\cdot t-\frac{1}{2}gt^2$」より

$0=v_0\sin\theta\cdot t_2-\frac{1}{2}gt_2{}^2=-\frac{1}{2}gt_2\left(t_2-\frac{2v_0\sin\theta}{g}\right)$

$t_2>0$ より　$t_2=\boldsymbol{\frac{2v_0\sin\theta}{g}}$〔s〕

水平方向については，「$x=v_0\cos\theta\cdot t$」より

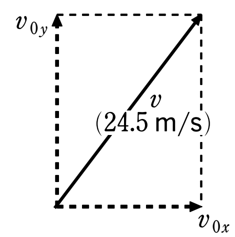
$l=v_0\cos\theta\cdot t_2=\frac{2v_0{}^2\sin\theta\cos\theta}{g}=\boldsymbol{\frac{v_0{}^2\sin2\theta}{g}}$〔m〕

(3)　(2) の l が最大になる θ を求めればよい。$0°\leqq\theta\leqq90°$ の範囲では

$0\leqq\sin2\theta\leqq1$ となり，l は $\sin2\theta=1$ のとき最大となる。

よって　$2\theta_0=90°$　より　$\theta_0=$ **45°**

5 (1)　鉛直方向には初速度 v_{0y}〔m/s〕の鉛直投げ上げと同様の運動を行う。



「$y=v_{0y}t-\frac{1}{2}gt^2$」より

$0=v_{0y}\times4.00-\frac{1}{2}\times9.80\times4.00^2$

よって　$v_{0y}=$ **19.6 m/s**

$v_{0x}{}^2+v_{0y}{}^2=v^2$ より

$v_{0x}=\sqrt{24.5^2-19.6^2}=$ **14.7 m/s**

(2)　「$v_y{}^2-v_{0y}{}^2=-2gy$」より

$0^2-19.6^2=-2\times9.80\times h$

よって　$h=$ **19.6 m**

(3)　$l=v_{0x}t=14.7\times4.00=$ **58.8 m**

6 (1)　$v_x = v_0\cos\theta$〔m/s〕

$v_y = v_0\sin\theta$〔m/s〕

(2)　「$v_y = v_0\sin\theta - gt$」で，$v_y = 0$，$t = t_1$ とおいて

$0 = v_0\sin\theta - gt_1$

よって　$t_1 = \dfrac{v_0\sin\theta}{g}$〔s〕

(3)　「$y = v_0\sin\theta\cdot t - \dfrac{1}{2}gt^2$」で，$y = h$，$t = t_1 = \dfrac{v_0\sin\theta}{g}$ とおいて

$$h = v_0\sin\theta\cdot\frac{v_0\sin\theta}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_0\sin\theta}{g}\right)^2$$

$$= \frac{v_0{}^2\sin^2\theta}{2g}\text{〔m〕}$$

「$x = v_0\cos\theta\cdot t$」で，$x = l$，$t = t_1 = \dfrac{v_0\sin\theta}{g}$ とおいて

$$l = v_0\cos\theta\cdot\frac{v_0\sin\theta}{g}$$

$$= \frac{v_0{}^2\sin\theta\cos\theta}{g}\text{〔m〕}$$

(4)　「$y = v_0\sin\theta\cdot t - \dfrac{1}{2}gt^2$」で，$y = 0$，$t = t_2$ とおいて

$$0 = v_0\sin\theta\cdot t_2 - \frac{1}{2}gt_2{}^2$$

$$= t_2\left(v_0\sin\theta - \frac{1}{2}gt_2\right)$$

t_2 は 0 ではないので

$$v_0\sin\theta - \frac{1}{2}gt_2 = 0$$

よって　$t_2 = \dfrac{2v_0\sin\theta}{g}$〔s〕

したがって，t_2 は t_1 の **2 倍**である。

7 (1)　鉛直方向には自由落下と同様の運動をするから

$$h = \frac{1}{2}\times 9.80\times 2.00^2 = \mathbf{19.6\ m}$$

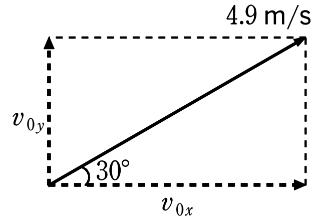
また，h，l の間には　$\dfrac{h}{l} = \tan 45° = 1$ の関係が成りたつので　$l = h = \mathbf{19.6\ m}$

(2)　水平方向には等速直線運動と同様の運動をするから

$19.6 = v_0\times 2.00$

よって　$v_0 = \mathbf{9.80\ m/s}$

8　初速度の鉛直成分 v_{0y} は



$$v_{0y} = 4.9\times\sin 30° = 4.9\times\frac{1}{2}\ \text{m/s}$$

鉛直方向には鉛直投げ上げと同様の運動をするから

$$-14.7 = 4.9\times\frac{1}{2}\times t - \frac{1}{2}\times 9.8\times t^2$$

$-6.0 = t - 2.0t^2$

$2.0t^2 - t - 6.0 = 0$

$(2.0t + 3.0)(t - 2.0) = 0$

$t > 0$ より　$t = \mathbf{2.0\ s}$

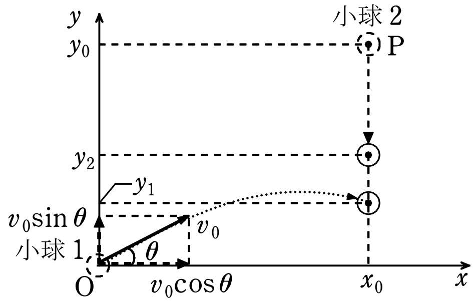
初速度の水平成分 v_{0x} は

$$v_{0x} = 4.9\times\cos 30° = 4.9\times\frac{\sqrt{3}}{2}\ \text{m/s}$$

水平方向には等速直線運動と同様の運動をするから，水平到達距離 l〔m〕は

$$l = v_{0x}t = 4.9\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2.0 \fallingdotseq \mathbf{8.5\ m}$$

9



(1)　小球 1 は水平方向には等速直線運動と同様の運動をするから

$x_0=v_0\cos\theta\cdot t$

よって　$t=\dfrac{x_0}{v_0\cos\theta}$〔s〕　……①

(2)　小球 1 は鉛直方向には鉛直投げ上げと同様の運動をするから

$y_1=v_0\sin\theta\cdot t-\dfrac{1}{2}gt^2$

これに ① 式を代入して

$y_1=v_0\sin\theta\cdot\dfrac{x_0}{v_o\cos\theta}-\dfrac{1}{2}g\left(\dfrac{x_0}{v_0\cos\theta}\right)^2$

$=\tan\theta\cdot x_0-\dfrac{gx_0{}^2}{2v_0{}^2\cos^2\theta}$〔m〕

一方，小球 2 は $y=y_0$ の高さから自由落下する。(1) のとき，小球 2 の y 座標 y_2 を用いると落下距離は y_0-y_2 と表すことができ

$y_0-y_2=\dfrac{1}{2}gt^2$

となる。これに ① 式を代入して

$y_0-y_2=\dfrac{1}{2}g\left(\dfrac{x_0}{v_0\cos\theta}\right)^2$

よって　$y_2=y_0-\dfrac{gx_0{}^2}{2v_0{}^2\cos^2\theta}$〔m〕

(3)　題意より $\theta=\theta_0$ で $y_1=y_2$ となる。

よって　$\tan\theta_0\cdot x_0-\dfrac{gx_0{}^2}{2v_0{}^2\cos^2\theta_0}=y_0-\dfrac{gx_0{}^2}{2v_0{}^2\cos^2\theta_0}$

$\tan\theta_0\cdot x_0=y_0$

ゆえに　$\tan\theta_0=\dfrac{y_0}{x_0}$

（したがって，O→P の向き）

10　(1)　鉛直方向には自由落下をするので，水平方向の初速度を変えても，落下時間は変わらない。よって **1 倍**

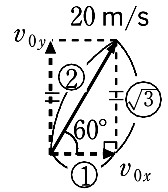
(2)　水平方向には等速直線運動をするので，水平方向の初速度が 2 倍になると，水平移動距離は **2 倍**となる。

11　(1)　$v_{0x}=20\cos60°=20\times\dfrac{1}{2}=\mathbf{10\ m/s}$

$v_{0y}=20\sin60°=20\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$

$=10\times1.73=17.3\fallingdotseq\mathbf{17\ m/s}$

別解　図のように，直角三角形の辺の比の関係を用いても解ける。



$20:v_{0x}=2:1$

$20:v_{0y}=2:\sqrt{3}$

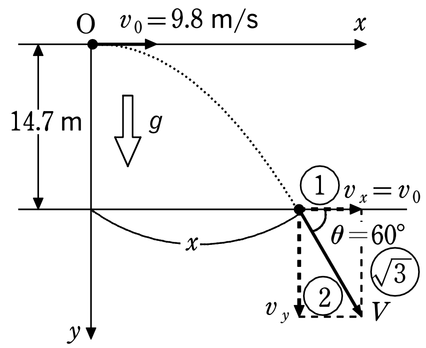
(2)　水平成分は変わらず　$v_x=\mathbf{10\ m/s}$

鉛直成分は「$v=v_0-gt$」より

$v_y=17.3-9.8\times0.50=12.4\fallingdotseq\mathbf{12\ m/s}$

12　指針　投げた点から水平 (x) 方向に等速直線運動，鉛直下 (y) 向きに自由落下をする。

解説　(1)　y 方向について「$y=\dfrac{1}{2}gt^2$」より



$14.7=\dfrac{1}{2}\times9.8\times t^2$

$t=\sqrt{3}\fallingdotseq\mathbf{1.7\ s}$

(2)　x 方向について

$x=v_0t=9.8\times\sqrt{3}=9.8\times1.73\fallingdotseq\mathbf{17\ m}$

(3)　$v_x=v_0=9.8$ m/s

$v_y=gt=9.8\sqrt{3}$ m/s

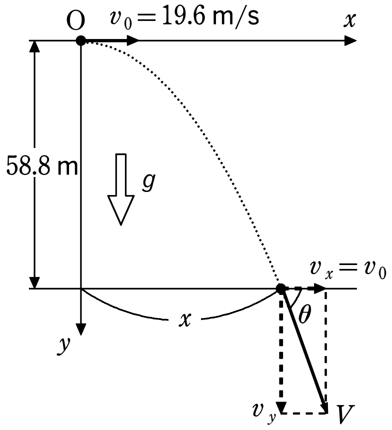
図のように，v_x，v_y，V からなる三角形は $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形なので

$V=v_x\times2\fallingdotseq\mathbf{20\ m/s}$

$\theta=\mathbf{60°}$

13 指針　投げた点から水平 (x) 方向に等速直線運動，鉛直下 (y) 向きに自由落下をする。

解説　(1)　y 方向について「$y=\dfrac{1}{2}gt^2$」より



$$58.8=\frac{1}{2}\times9.80\times t^2$$

$t=2\sqrt{3}\fallingdotseq$ **3.46 s**

(2)　x 方向について

$x=v_0t=19.6\times2\sqrt{3}=39.2\sqrt{3}\fallingdotseq$ **67.9 m**

(3)　$v_x=v_0=19.6$ m/s

$v_y=gt=9.80\times2\sqrt{3}=19.6\sqrt{3}$ m/s

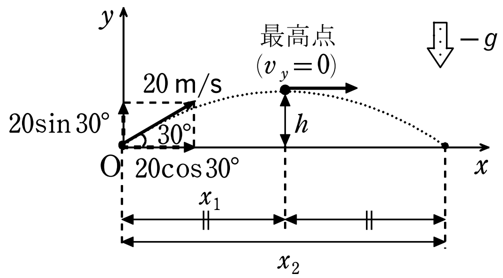
$1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形の関係を用いて

$V=19.6\times2=$ **39.2 m/s**

$\tan\theta=\dfrac{v_y}{v_x}=\sqrt{3}$　より　$\theta=$ **60°**

14 指針　投げた点から水平 (x) 方向に等速直線運動，鉛直上 (y) 向きに加速度 $-g$ の等加速度運動をする。最高点 ($v_y=0$ の点) を境に上りと下りが対称になることに注目する。

解説　(1)　最高点では $v_y=0$ であるが，水平方向の速度は存在する。



$v_1=20\cos30°=10\sqrt{3}$

$=10\times1.73\fallingdotseq$ **17 m/s**

鉛直投げ上げの式「$v=v_0-gt$」を y 成分について立てると，最高点では $v_y=0$ より

$0=20\sin30°-9.8t_1$　　$t_1=1.02\cdots\fallingdotseq$ **1.0 s**

(2)　「$v^2-{v_0}^2=-2gy$」より

$0^2-(20\sin30°)^2=-2\times9.8\times h$

$h=\dfrac{100}{2\times9.8}\fallingdotseq$ **5.1 m**

x 方向には等速直線運動をするから「$x=vt$」より

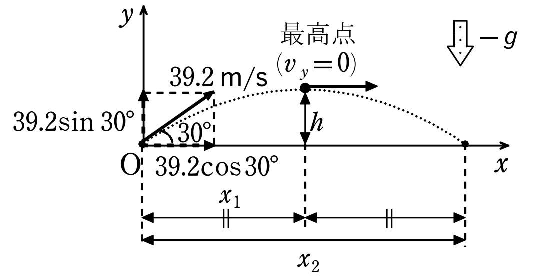
$x_1=20\cos30°\times t_1=10\times1.73\times1.02=17.6\cdots\fallingdotseq$ **18 m**

(3)　対称性より　$t_2=2t_1\fallingdotseq$ **2.0 s**

$x_2=2x_1=2\times17.6\fallingdotseq$ **35 m**

15 指針　投げた点から水平 (x) 方向に等速直線運動，鉛直上 (y) 向きに加速度 $-g$ の等加速度運動をする。最高点 ($v_y=0$ の点) を境に上りと下りが対称になることに注目する。

解説　(1)　最高点では $v_y=0$ であるが，水平方向の速度は存在する。



$v_1=39.2\cos30°=19.6\sqrt{3}$

$=33.94\cdots\fallingdotseq$ **33.9 m/s**

「$v=v_0-gt$」を y 成分について立てると，最高点では $v_y=0$ より

$0=39.2\sin30°-9.80t_1$　　$t_1=$ **2.00 s**

(2)　「$y=v_0t-\dfrac{1}{2}gt^2$」を y 成分について立てると

$$h=39.2\sin30°\times2.00-\frac{1}{2}\times9.80\times2.00^2$$

$=$ **19.6 m**

x 方向については等速直線運動なので「$x=vt$」より

$x_1=39.2\cos30°\times2.00=33.94\times2.00=67.88\fallingdotseq$ **67.9 m**

(3)　対称性より　$t_2=2t_1=$ **4.00 s**

$x_2=2x_1=2\times67.88\fallingdotseq$ **136 m**

16 指針　小石の運動を，水平方向 (等速直線運動と同等)，鉛直方向 (自由落下と同等) とに分けて考える。

解説　(1)　鉛直方向には自由落下と同等の運動を行う。

自由落下の式「$y=\dfrac{1}{2}gt^2$」より　$40=\dfrac{1}{2}\times9.8\times t^2$

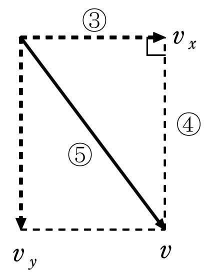
$t>0$ より　$t=\sqrt{\dfrac{40}{4.9}}=\sqrt{\dfrac{400}{49}}$ [1]← $=\dfrac{20}{7.0}$ [2]← $=2.85\cdots\fallingdotseq$ **2.9 s**

(2)　水平方向は，速さ 21 m/s の等速直線運動と同等の運動を行う。

等速直線運動の式「$x=vt$」より　$x=21\times\dfrac{20}{7.0}=$ **60 m**

(3)　自由落下の式「$v=gt$」より　$v_y=9.8\times\dfrac{20}{7.0}=$ **28 m/s**

(4)　水平方向の速さは $v_x=21$ m/s のままなので，三平方の定理より



$v=\sqrt{{v_x}^2+{v_y}^2}=\sqrt{21^2+28^2}$ [3]← $=$ **35 m/s**

←[1]　$49=7^2$ をつくるように，分母と分子を 10 倍する。

←[2]　(2) 以降，$t=\dfrac{20}{7.0}$ s と分数のまま代入すると計算がしやすい。

←[3]　$21=3\times7$，$28=4\times7$ より

$$\sqrt{21^2+28^2}=\sqrt{3^2\times7^2+4^2\times7^2}=\sqrt{(3^2+4^2)\times7^2}=\sqrt{5^2\times7^2}=\sqrt{35^2}=35$$

17 指針 (3) 水平投射を始める高さが同じであれば，地面に達するまでの時間は初速度の大きさにかかわらず一定である。

(4) 初速度の大きさが同じであれば，2 倍離れた点に届かせるには 2 倍の時間が必要である。

解説 (1) 鉛直方向には自由落下と同等の運動をする。

「$y=\frac{1}{2}gt^2$」より　$0.40=\frac{1}{2}\times 9.8\times t^2$

よって　$t=\sqrt{\frac{0.40}{4.9}}=\sqrt{\frac{4.0}{49}}$ [1]← $=\frac{2.0}{7.0}=0.285\cdots\fallingdotseq$ **0.29 s**

(2) 水平方向には等速直線運動と同等の運動を行う。「$x=vt$」より

$0.40=v_0\times\frac{2.0}{7.0}$　　よって　$v_0=$ **1.4 m/s**

(3) 地面に達するまでの時間は変わらないので，2 倍離れた点に届かせるには **2 倍**の初速度が必要である。

(4) 地面に達するまでに 2 倍の時間がかかればよい。「$y=\frac{1}{2}gt^2$」より，落下距離は t^2 に比例するので，高さは 4 倍となる。

$h=4\times 0.40=$ **1.6 m** [2]←

←[1]　$49=7^2$ をつくるようにする。

←[2]　別解　「$x=vt$」より　$0.80=1.4\times t'$

よって　$t'=\frac{0.80}{1.4}=\frac{4.0}{7.0}$

「$y=\frac{1}{2}gt^2$」より　$h=\frac{1}{2}\times 9.8\times\left(\frac{4.0}{7.0}\right)^2=$ **1.6 m**

18 指針 水平に飛ぶ飛行機から静かに投下するということは，飛行機の速度と同じ初速度で水平投射されるということなので，物資は，水平方向には飛行機と同じ速度の等速度運動，鉛直方向には自由落下運動をする[1]←。投下した点を原点とし，水平方向に x 軸，鉛直下向きに y 軸をとる。このとき地上は $y=l$ の点である。また着地の角度が 45° であることから，そのときの速度の水平成分と鉛直成分の大きさが等しい[2]←ことがわかる。

解説 (1) 鉛直方向の運動は自由落下と同じである。投下した点を原点とすると，地上の y 座標は l であるから，y 方向の運動について「$y=\frac{1}{2}gt^2$」より

$l=\frac{1}{2}gt^2$　　$t=\sqrt{\frac{2l}{g}}$

(2) 着地のときの速度の水平成分を v_x，鉛直成分を v_y とすると，物資は水平方向には等速度運動をし，その速さは飛行機と同じであるから

$v_x=v_0$　……①

鉛直方向は自由落下と同じなので，「$v=gt$」より

$v_y=gt=g\times\sqrt{\frac{2l}{g}}=\sqrt{g^2\times\frac{2l}{g}}=\sqrt{2gl}$　……②

着地の角度が 45° なので

$v_x=v_y$ [2]←　……③

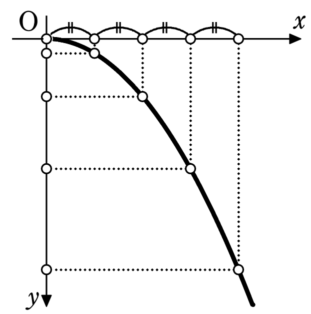
①，② 式を ③ 式に代入すると　$v_0=\boldsymbol{\sqrt{2gl}}$

(3) 水平方向には等速度運動をするので，「$x=vt$」より

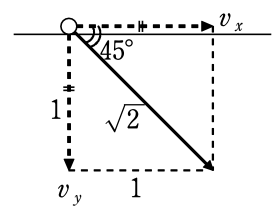
$L=v_0t=\sqrt{2gl}\times\sqrt{\frac{2l}{g}}=\boldsymbol{2l}$

(4) 飛行機も物資も，水平方向には速さ v_0 で等速度運動をしているので，**物資の位置は常に飛行機の真下にあり，飛行機から見ると自由落下しているように見える。**

←[1]　x 方向，y 方向についての別々の運動が重ねあわさったものとなっている。



←[2]　下図のように，v_x と v_y の比は 1 : 1 となる。



参考　物資が着地したときの速さ v は

$v=\sqrt{2}\,v_0=2\sqrt{gl}$

19 指針　投げ上げた点を原点とし，水平方向に x 軸，鉛直上向きに y 軸をとる。このとき x 方向の運動は，初速度の x 成分のまま等速度運動をし，y 方向の運動は，初速度の y 成分で鉛直に投げ上げたのと同じ運動になる[1]←。y 方向の速度が 0 になるときが最高点であり，上りと下りの対称性から，最高点までの時間の 2 倍が着地点までの時間である。

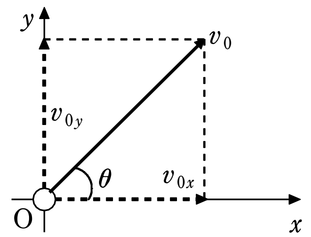
解説　(1)　図のように v_0 を x，y 成分に分解するので

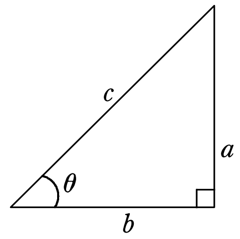
$\dfrac{v_{0x}}{v_0}=\cos\theta$ より

$v_{0x}=v_0\cos\theta$〔m/s〕

$\dfrac{v_{0y}}{v_0}=\sin\theta$ より

$v_{0y}=v_0\sin\theta$〔m/s〕





$\dfrac{a}{c}=\sin\theta$　$\dfrac{b}{c}=\cos\theta$

(2)　最高点では速度の y 成分 v_y が 0 となる。y 方向の運動は初速度 v_{0y}，加速度 $-g$ の等加速度運動なので，$v_y=v_{0y}-gt$ の関係より

$0=v_0\sin\theta-gt$　　よって　$t=\dfrac{v_0\sin\theta}{g}$〔s〕

このときの高さ (y 座標) は，鉛直投げ上げの式「$y=v_0t-\dfrac{1}{2}gt^2$」より

$h=v_0\sin\theta\times\dfrac{v_0\sin\theta}{g}-\dfrac{1}{2}g\left(\dfrac{v_0\sin\theta}{g}\right)^2=\dfrac{v_0{}^2\sin^2\theta}{2g}$〔m〕[2]←

(3)　上りと下りは対称的なので，最高点から水平面までの落下時間は (2) の t と同じである。したがって，小球は投げられてから時間 $2t$ の間，水平方向には速度 v_{0x} で等速度運動をしているので，「$x=vt$」の式より

$l=v_{0x}\times 2t=v_0\cos\theta\times 2\times\dfrac{v_0\sin\theta}{g}=\dfrac{2v_0{}^2\sin\theta\cos\theta}{g}=\dfrac{v_0{}^2\sin 2\theta}{g}$〔m〕[3]←

(4)　(3) の

$l=\dfrac{v_0{}^2\sin 2\theta}{g}$

において，g，v_0 は一定なので，$\sin 2\theta$ が最大値をとるとき，水平到達距離 l が最大になる。一般に，角 α に対して

$-1\leqq\sin\alpha\leqq 1$

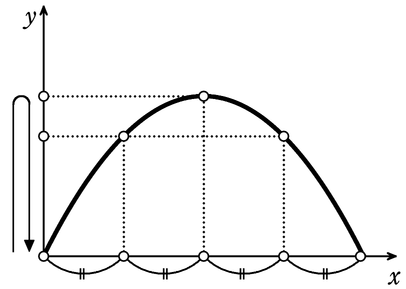
であるから，$\sin 2\theta$ が最大値をとるのは

$\sin 2\theta=1$　すなわち　$2\theta=90°$　$\theta=45°$ のとき。

参考　このとき，l の最大値 l_{max} は，$\sin 2\theta=1$ より

$l_{max}=\dfrac{v_0{}^2}{g}$〔m〕となる。

←[1]　x 方向，y 方向についての別々の運動が重ねあわさったものとなっている。



←[2]　別解　「$v^2-v_0{}^2=-2gy$」の式より

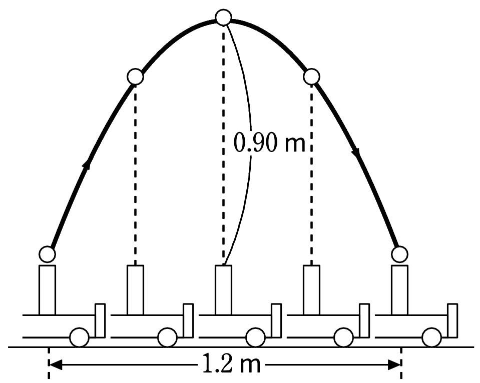
$0^2-(v_0\sin\theta)^2=-2gh$　　よって　$h=\dfrac{v_0{}^2\sin^2\theta}{2g}$〔m〕

←[3]　三角関数の公式　$2\sin\theta\cos\theta=\sin 2\theta$　を用いた。なお (3) の答えとしては，

$\dfrac{2v_0{}^2\sin\theta\cos\theta}{g}$ でもよい。

20 指針　台車から見ると，小球は鉛直上向きに発射されたように見える。一方，床で静止している人から見ると，小球は鉛直上向きの速度と台車の速度(水平方向)の合成速度で発射されたように見える。

解説　(1)　台車から見ると，小球の運動は**鉛直投げ上げ**のように観測される。
一方，床で静止している人から見ると，小球の運動は**斜方投射**のように観測される。[1]←



(2)　最高点では鉛直方向の速度が 0 になるので，「$v^2-v_0{}^2=-2gy$」より

$0^2-v^2=-2\times9.8\times0.90$

よって

$v=\sqrt{2\times9.8\times0.90}$ [2]← $=$ **4.2 m/s**

(3)　「$y=v_0t-\dfrac{1}{2}gt^2$」より　$0=4.2t-\dfrac{1}{2}\times9.8\times t^2$

$t>0$ であるから　$t=\dfrac{4.2}{4.9}=\dfrac{6.0}{7.0}=0.857\cdots\fallingdotseq$ **0.86 s**

(4)　台車は等速直線運動をしているので，「$x=vt$」より

$1.2=V\times\dfrac{6.0}{7.0}$　　よって　$V=1.2\times\dfrac{7.0}{6.0}=$ **1.4 m/s**

←[1]　小球は斜方投射され，水平方向の速度は一定であり，その速度は台車の速度と等しい。

←[2]　9.8 を含む $\sqrt{\quad}$ の計算は「49」をつくるようにするとよい。

$$\sqrt{2\times9.8\times0.90}=\sqrt{2\times\frac{98}{10}\times\frac{9}{10}}=\sqrt{\frac{2\times(2\times49)\times9}{10^2}}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{2\times7\times3}{10}\right)^2}=\sqrt{4.2^2}=4.2$$

21 指針　塔の上を原点とし，水平方向に x 軸，鉛直上向きに y 軸をとる。水平方向には，初速度の x 成分のまま等速度運動をし，鉛直方向には，初速度の y 成分で鉛直に投げ上げたのと同じ等加速度運動(加速度は $-9.80\ \mathrm{m/s^2}$)をする。最高点は速度の y 成分 v_y が 0 になることから求められ，地面に達する時刻は地面の y 座標が $-39.2\ \mathrm{m}$ であることから求められる。

解説　(1)　初速度の x 成分 v_{0x}，y 成分 v_{0y} は，それぞれ

$v_{0x}=v_0\cos30°=19.6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=9.80\sqrt{3}\ \mathrm{m/s}$ [1]←

$v_{0y}=v_0\sin30°=19.6\times\dfrac{1}{2}=9.80\ \mathrm{m/s}$ [1]←

最高点では速度の y 成分 v_y が 0 なので，y 方向について「$v=v_0-gt$」の式より

$0=9.80-9.80t_1$　　$t_1=$ **1.00 s**

(2)　塔の上から最高点までの高さを h〔m〕とすると，「$y=v_0t-\dfrac{1}{2}gt^2$」より

$h=9.80\times1.00-\dfrac{1}{2}\times9.80\times1.00^2=4.90\ \mathrm{m}$ [2]←

したがって，地上から最高点までの高さ H は

$H=39.2+h=39.2+4.90=$ **44.1 m**

(3)　地面は $y=-39.2\ \mathrm{m}$ の点なので[3]←，y 方向について

「$y=v_0t-\dfrac{1}{2}gt^2$」の式より

$-39.2=9.80t_2-\dfrac{1}{2}\times9.80t_2{}^2$

両辺を 4.90 でわり，t_2 について整理すると

$t_2{}^2-2t_2-8=0$

因数分解して

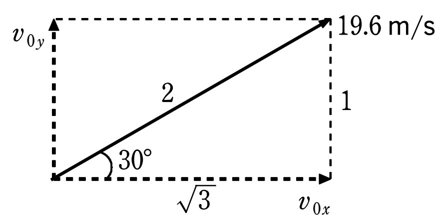
$(t_2-4)(t_2+2)=0$

$t_2>0$ であるから，$t_2=$ **4.00 s**

(4)　x 方向には v_{0x} のまま等速度運動をするので，「$x=vt$」の式より

$l=v_{0x}t_2=9.80\sqrt{3}\times4.00=67.89\cdots$ [4]← $\fallingdotseq$ **67.9 m**

←[1]



←[2]　別解　$v_y{}^2-v_{0y}{}^2=2\cdot(-g)\cdot y$ より

$0^2-9.80^2=-2\times9.80\times y$

$y=4.90\ \mathrm{m}$

←[3]　注　$y=39.2$ ではないことに注意する。

←[4]　有効数字が 3 桁なので，$\sqrt{3}$ には 1 桁多く 1.732 を代入する。